

THÈSE

présentée

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

pour obtenir

le grade de DOCTEUR de 3^e CYCLE en PHYSIQUE NUCLÉAIRE

par

Claude MAGUIN

SUJET

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE THÉORIQUE
DES RÉACTIONS $A(t,p)B$

Soutenue le 27 Novembre 1964

devant la Commission d'Examen :

MM. A. SARAZIN

Président

J. LAFOUCRIERE

E. EL.BAZ

} Examineurs

SECRET

NOV 10 1944

AMERICAN ...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

...

THÈSE

présentée

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

pour obtenir

le grade de DOCTEUR de 3^e CYCLE en PHYSIQUE NUCLÉAIRE

par

Claude MAGUIN

SUJET

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE THÉORIQUE
DES RÉACTIONS $A(t,p)B$

Soutenue le 27 Novembre 1964

devant la Commission d'Examen :

MM. A. SARAZIN

Président

J. LAFOUCRIERE

E. EL.BAZ

} Examineurs



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41553420_0002

UNIVERSITE DE LYON

FACULTE DES SCIENCES

Doyens Honoraires

MM. LONGCHAMBON
DOUIN
MOUSSA
GAUTHIER Henri

Professeurs Honoraires

MM. LOCQUIN
de LAREMBERGUE
SOLLAUD
MENTZER
MOUSSA
JAFFARD
DOUIN
EYRAUD Henri
DEJARDIN
VIRET

Doyen

M. BRACONNIER

Assesseurs

MM. MESNARD
BOIDIN

Professeurs

MM. LONGCHAMBON	Minéralogie
PRETTRE	Chimie industrielle
COURTY	Chimie-Physique
KUHNER	Botanique
MALECOT	Mécanique rationnelle et appliquée
PARIS	Chimie minérale
AUMERAS	Chimie
COLONGE	Chimie organique
JANIN	Physique générale
FLANDRIN	Géologie appliquée
BERNARD	Physique industrielle
DUFAY Jean	Astronomie
NIGON	Zoologie expérimentale
GAUTHIER Henri	Géologie générale
WAUTIER	Zoologie
CHOPIN	Chimie biologique
CUEILLERON	Chimie
BRACONNIER	Calcul différentiel et intégral
EYRAUD Charles	Chimie-Physique appliquée
SARAZIN	Physique nucléaire
BOIDIN	Microbiologie et Mycologie
PERES	Physiologie
MESNARD	Electronique
GRANDMONTAGNE	Physique
BOUTILLIER	Minéralogie
LAFOUCRIERE	Physique nucléaire
DREUX	Chimie organique
TEICHNER	Chimie industrielle
PAVANS de CECCATTY	Zoologie
MERLIN	Chimie analytique
DUFAY Maurice	Physique de l'Atmosphère
FRAISSE	Mathématiques
LUBET	Physiologie
PHILBERT	Physique nucléaire
COHEN-ADDAD	Chimie
DAVID Louis	Géologie générale
CHANEL	Psychophysiologie
MAURY	Méthodes Mathématiques de la physique
DEPRAZ	Physique nucléaire
GAUTHIER Jean	Chimie

Professeurs sans Chaire

MM. GAUME	Physique
FERON	Mathématiques
LAFORGUE	Physique
LEGAY	Zoologie expérimentale S.P.C.N.
UZAN	Physique S.P.C.N.
CHENEVOY	Géologie appliquée
GINET	Zoologie
ASCH	Physique
MICHEL Pierre	Minéralogie
DUCET	Biologie végétale
Mlle MAITROT	Physique
MM. GEVIN	Géologie générale
PONASSE	Mathématiques
d'INCAN	Physique
LEFEBVRE	Mathématiques
PERNET	Mathématiques
CHERY	Physique
BERGEON	Physique C.S.U.
Mlle GAUTHERON	Chimie biologique

Maîtres de Conférences

Mme ERICSON	Physique générale
MM. MARTEL	Mécanique
MATHIEU	Mécanique des Fluides
ERBEIA	Physique
DESCOTES	Chimie organique
PICARD Philippe	Mathématiques
LEMOIGNE	Botanique
DEMARCO	Géologie générale
MICHEL Georges	Biochimie
LEBRETON	Biologie végétale
DAVID Jean	Biologie animale
TOUSSET	Chimie propédeutique
FEUVRAIS	Physique Electricité
PICARD Claude	Mathématiques
SCHMITT	Physique M.P.C.

Maître de Conférences Adjoint

M. PIERRON

Chimie

Conseiller Administratif

M. BURNET

Secrétaire Principal Honoraire

M. ROUX

AVANT - PROPOS

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur le Professeur A. SARAZIN, Directeur de l'Institut de Physique Nucléaire de LYON, pour la bienveillance avec laquelle il a suivi mon travail et la compréhension qu'il m'a toujours manifestée.

Que Monsieur le Professeur J. LAFOUCRIERE veuille trouver ici l'expression de ma vive gratitude pour ses conseils et son aide constante au cours des calculs comme pendant la rédaction de cette thèse.

Je dois beaucoup à Monsieur E. EL-BAZ pour son aide et ses conseils toujours précis. Je tiens également à porter ici un témoignage de mon amitié à tous mes camarades de l'Institut qui ont su créer une atmosphère sympathique rendant le travail plus agréable.

INTRODUCTION

L'ignorance où nous sommes, de l'exacte nature des forces nucléaires, oblige les théoriciens de la physique nucléaire à utiliser des modèles simplifiés pour décrire la structure des noyaux, aussi bien que les interactions entre nucléons. En particulier, ces dernières sont schématisées par deux processus opposés, ayant chacun son domaine de succès, mais aussi ses échecs : le noyau composé (fig. 1) et l'interaction directe.

Dans le cadre de cette dernière, on suppose une action individuelle du projectile sur un ou plusieurs nucléons de la cible ; les diverses variantes de cette interaction ont reçu des noms imagés : stripping, pick-up, knock-out, à côté de la diffusion inélastique.

On appelle stripping, la réaction dans laquelle un projectile incident complexe abandonne, au noyau cible, soit un (stripping simple) soit plusieurs (stripping multiple) de ses constituants (fig. 2).

Le pick-up représente en quelque sorte l'opération inverse : la particule incidente capture des nucléons aux dépens de la cible.

Dans le knock-out enfin, on imagine la fixation du projectile sur le noyau initial, expulsant une partie plus ou moins complexe de ce dernier. (fig. 3)

L'intérêt de ces réactions est double. D'abord la théorie permet de vérifier la validité des fonctions d'onde utilisées pour décrire les divers agrégats de nucléons, écrites dans les hypothèses de modèles nucléaires variés : en couches, collectif.

Ensuite, les résultats expérimentaux ainsi retrouvés théoriquement permettent d'effectuer une spectrométrie nucléaire systématique : assignement de valeurs de moment orbital aux particules fixées ou arrachées.

Les premiers calculs sont dus à S. T. BUTLER, suivi par de nombreux auteurs étudiant essentiellement le stripping simple du deuton (réf. 1, 1 et 2). Mais depuis quelques années, les physiciens s'intéressent de plus en plus au stripping

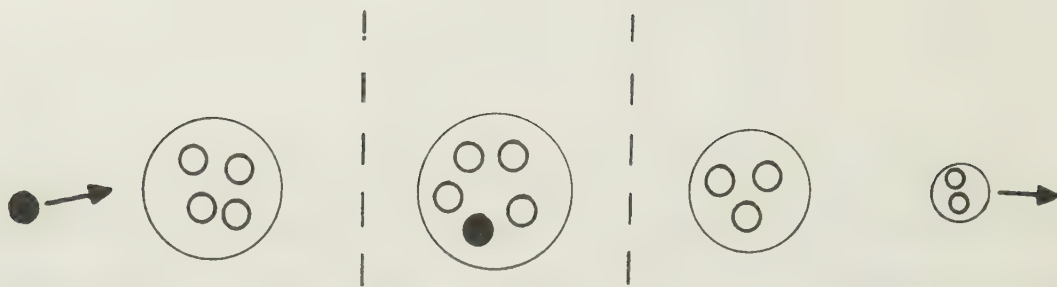
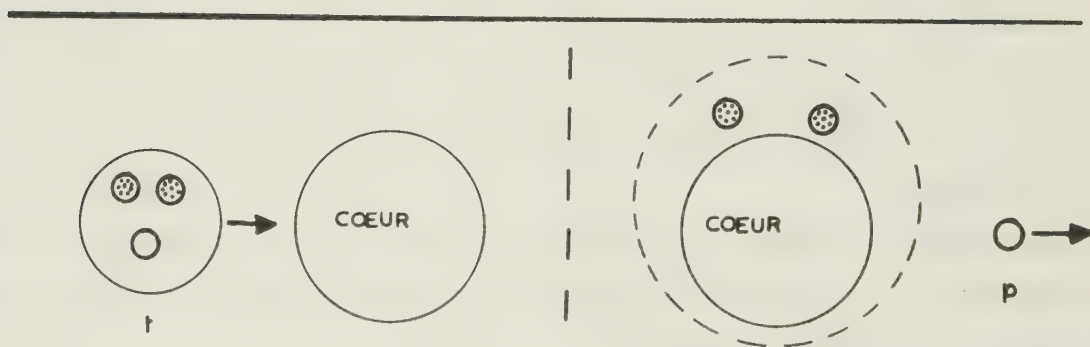
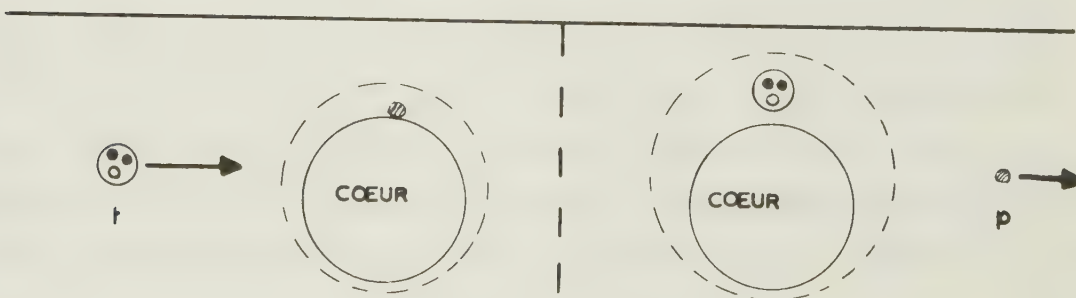


FIG. 1 Noyau composé

FIG. 2 Stripping double (t_p)FIG. 3 Knock-out (t_p)

multiple, tant au point de vue expérimental (réf. III 1 à 6) que théorique (réf. II 1 à 13). Souvent d'ailleurs le stripping peut être mis en jeu en même temps que les autres modes d'interaction (réf. II 2-3-8-12) (knock-out par exemple).

Le traitement théorique fait appel à une méthode de perturbation conduisant à l'amplitude de transition

$$I = \langle \Phi_b | V_b | \Psi_a^+ \rangle$$

où V_b est le potentiel d'interaction dans la voie de sortie ; Φ_b et Ψ_a^+ sont respectivement solution des équations aux valeurs propres des hamiltoniens du canal de sortie H_b et du canal d'entrée H_a ce dernier tenant compte de l'interaction possible V_a dans la voie d'entrée. Ψ_a^+ peut être développé en série sur les fonctions Φ_a solution de :

$$(H_a - V_a) \Phi_a = E \Phi_a$$

L'approximation de BORN ne conservera ensuite que le premier terme de la série donnant l'amplitude de transition :

$$I = \langle \Phi_b | V_b | \Phi_a \rangle + \langle \Phi_b | V_b \frac{1}{E - H_a + i\epsilon} V_a | \Phi_a \rangle + \dots$$

L'approximation de BUTLER-BORN suppose une interaction localisée au voisinage du noyau cible, se traduisant mathématiquement par un potentiel de portée finie, et des fonctions d'onde de particules libres (ondes planes).

L'étape plus évoluée des ondes distordues (D W B A) suppose le projectile constamment soumis à l'influence du noyau-cible : un exemple d'une telle action à longue portée est la force coulombienne. Mathématiquement, on utilise un potentiel composé de deux parties :

- la première est le potentiel optique de la diffusion élastique qui perturbe les ondes entrantes et sortantes ;

- la seconde est l'interaction localisée responsable de la réaction proprement dite.

Cette méthode, disposant d'un plus grand nombre de paramètres ajustables que celle de BUTLER-BORN, permet cependant de retrouver actuellement les courbes de distribution angulaire expérimentales avec un accord remarquable, dans le cas du stripping du deuton.

Le stripping double n'est arrivé que tout récemment à la D W B A (réf. II 10 et 11) car la première méthode, par ses calculs plus simples, permet de mieux suivre les influences des diverses hypothèses, et, par là, d'orienter, dans la mesure du possible, le choix des interactions. La D W B A est une méthode puissante, mais difficile à mettre en oeuvre par le nombre de paramètres qu'elle nécessite, et surtout onéreuse par le volume des calculs machine qu'elle demande.

Ces raisons nous ont fait choisir la méthode de BUTLER-BORN, en évitant l'introduction de trop nombreux coefficients pour ne conserver dans notre calcul que le seul rayon nucléaire. Nous calculerons le schéma de stripping double qui nous paraît pouvoir expliquer les réactions du type A (t p) B faisant l'objet de notre étude.

Nous appliquerons notre calcul général à deux réactions particulières dont nous possédons les sections efficaces expérimentales grâce à l'amabilité de R. MIDDLETON et D.J. PULLEN (réf. III 6).

La première est la réaction $^{28}\text{Si} (t p) ^{30}\text{Si}$ qui présente l'intérêt d'avoir un canal de sortie identique à la réaction de stripping du deuton $^{29}\text{Si} (d p) ^{30}\text{Si}$ étudiée par E. EL-BAZ (réf. I.2). Dans son travail, ce dernier a montré que la remontée à l'arrière des courbes de section efficace peut se retrouver en utilisant l'interaction complémentaire du neutron déjà existant sur ^{29}Si , avec le proton émergent. Dans notre cas, nous supposons l'interaction due symétriquement aux deux neutrons de ^{30}Si apportés par le triton. Il nous paraît donc très intéressant de comparer les deux résultats théoriques.

Le seconde est la réaction $^{16}\text{O} (t p) ^{18}\text{O}$ qui fournit l'occasion d'utiliser la fonction d'onde donnée par J.P. ELLIOT et B.H. FLOWERS (réf. IV.2) pour ^{18}O avec mélange de configurations, confrontée avec un modèle en couches pur.

Nous calculerons, dans un premier chapitre le processus de stripping double. Nous donnerons d'abord les fonctions d'onde caractérisant chaque voie : triton plus noyau cible, et proton plus noyau résiduel. Ensuite, sera calculée l'amplitude de transition, ce qui nous conduira dans la troisième partie, à calculer la section efficace différentielle, simplifiée enfin par un potentiel particulier.

Les chapitres deux et trois sont les applications numériques respectives aux réactions $^{28}\text{Si} (t p) ^{30}\text{Si}$ et $^{16}\text{O} (t p) ^{18}\text{O}$.

Enfin, nous concluons en discutant nos résultats, comparés à ceux des autres auteurs.

CHAPITRE I

CALCUL DU PROCESSUS DE STRIPPING DOUBLE

I - 1 - POSITION DU PROBLEME - CALCUL DES FONCTIONS D'ONDE

Nous nous proposons d'étudier la capture, par la cible, des deux neutrons du triton, laissant le proton émerger seul (fig.2).

Plaçons nous dans le système du centre de masse G de l'ensemble triton-cible. Dans le canal d'entrée, triton et noyau initial se rapprochent avec les impulsions $\vec{p}_t$ et $\vec{p}_i$; dans le canal de sortie proton et noyau final s'éloignent : impulsions $\vec{p}_p$ et $\vec{p}_F$.

Les deux neutrons du triton, notés 1 et 2, ainsi que son proton, p, se retrouvent dans la voie de sortie, nous conserverons donc les vecteurs position relatifs respectivement à chacun d'eux, soit $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$, $\vec{r}_p$. Nous repèrerons chaque noyau de la même manière soit : $\vec{r}_i$: (initial), $\vec{r}_F$ (final), $\vec{r}_t$: (triton).

Pour simplifier les calculs, nous admettrons la même masse pour le neutron et le proton, m, qu'ils soient liés ou non. L'énergie de liaison par nucléon étant dans le triton de l'ordre de 2,8 MeV, cette approximation entraîne sur les masses, une erreur de l'ordre de 1/300 donc négligeable. Nous désignerons enfin par M la masse du noyau initial.

Les relations de définition du centre de masse nous donnent :

$$3 m \vec{r}_t + M \vec{r}_i = 0$$

$$m \vec{r}_p + (2 m + M) \vec{r}_F = 0 \quad (\text{I.1.1.})$$

$$\frac{1}{3} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_p) = \vec{r}_t$$

$$\begin{aligned} \frac{\vec{p}_i}{\hbar} + \frac{\vec{p}_t}{\hbar} &= \vec{k}_i + \vec{k}_t = 0 \\ \vec{k}_F + \vec{k}_p &= 0 \end{aligned} \quad (\text{I.1.2})$$

Les trois équations I.1.1. liant six variables nous autorisent à n'en conserver que trois indépendantes. Etant donné l'importance du rôle joué par les nucléons constituant le triton, nous choisirons $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$, $\vec{r}_p$.

Il nous faut maintenant préciser les fonctions d'onde décrivant les divers noyaux et particules. Chacun comportera une partie structurale dite interne et une partie dynamique qui sera une onde plane $\exp(i\vec{k}\vec{r})$ pour toutes ces particules libres.

I - 1.a - Triton

Son onde s'écrit $\exp(i\vec{k}_t\vec{r}_t)$ avec l'indice t caractéristique du triton. Pour la fonction d'onde radiale, nous prendrons une description par le modèle en couches pur ce qui donne un état $2S \frac{1}{2}$. G. DERRICK et J.M. BLATT (réf.IV-4) ont montré que cette approximation est justifiée avec un potentiel central, résultant d'un mélange de forces de Majorana (échange des coordonnées d'espace) et de Wigner (forces à courte portée). De toute façon, aucun calcul n'a encore été effectué dans le cas d'un potentiel tensoriel (B.S. BHAKAV) réf.IV-6). Il nous paraît enfin plus intéressant de tester d'abord les hypothèses concernant les interactions proprement dites, plutôt que la fonction d'onde du triton, en nous réservant d'améliorer par la suite notre calcul par un choix plus poussé de cette dernière.

Nous pourrions alors écrire

$$\psi_t\left(\frac{\vec{r}}{\xi_t}\right) = \frac{\gamma^3}{(\pi\sqrt{12})^{\frac{3}{2}}} \exp\left\{-\gamma^2\left[(\vec{r}_1-\vec{r}_2)^2 + (\vec{r}_1-\vec{r}_p)^2 + (\vec{r}_2-\vec{r}_p)^2\right]\right\} \quad (\text{I.1.3})$$

Le paramètre γ peut être déterminé par des expériences de diffusion électronique, soit par un calcul variationnel de l'énergie de l'état fondamental du

triton (8,9 MeV). Les résultats donnés par la littérature (L.I. SCHIFF; réf. IV-5 ainsi que II 2 et II 3) autorisent à prendre $0,2 \leq \gamma \leq 0,7 \text{ Fm}^{-1}$.

Pour la fonction de spin, nous utiliserons le couplage suivant :

$$\frac{\vec{I}}{2} (1) + \frac{\vec{I}}{2} (2) = \vec{S}_n \quad \vec{S}_n + \frac{\vec{I}}{2} (p) = \frac{\vec{I}}{2} (t) \quad (\text{I. 1.4})$$

Soit donc :

$$\psi_{\frac{1}{2}}^{\sigma_t} = \sum_{\substack{\sigma_1 \sigma_2 \\ M_n \sigma_p}} (-)^{\frac{1}{2} - S_n - M_n - \sigma_t} \frac{\hat{1}}{2} \hat{S}_n \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S_n \\ \sigma_1 & \sigma_2 & M_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_n & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ M_n & \sigma_p & -\sigma_t \end{pmatrix} \psi_{\frac{1}{2}}^{\sigma_1} \psi_{\frac{1}{2}}^{\sigma_2} \psi_{\frac{1}{2}}^{\sigma_p}$$

Dans cette formule nous avons posé $\hat{S}_n = \sqrt{2 S_n + 1}$; les tableaux entre parenthèses représentent les coefficients "3j" de WIGNER et $\psi_{\frac{1}{2}}^{\sigma}$ les fonctions de spin.

Nous avons donc finalement pour le triton, la fonction complète

$$\begin{aligned} \phi_t = \frac{\gamma^3}{(\pi \sqrt{12})^{3/2}} \exp \left\{ -\gamma^2 \left[(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2 + (\vec{r}_1 - \vec{r}_p)^2 + (\vec{r}_2 - \vec{r}_p)^2 \right] \right\} \cdot \exp(i \vec{k}_t \vec{r}_t) \times \\ \times \sum_{\substack{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_p \\ M_n}} (-)^{\frac{1}{2} - S_n - M_n - \sigma_t} \frac{\hat{1}}{2} \hat{S}_n \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S_n \\ \sigma_1 & \sigma_2 & M_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_n & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ M_n & \sigma_p & -\sigma_t \end{pmatrix} \psi_{\frac{1}{2}}^{\sigma_1} \psi_{\frac{1}{2}}^{\sigma_2} \psi_{\frac{1}{2}}^{\sigma_p} \end{aligned} \quad (\text{I. 1.6})$$

I - 1. b - Noyau initial

En toute rigueur nous devrions décrire la structure interne de ce noyau initial avec le plus d'exactitude possible. Ceci est malheureusement impossible actuellement, étant donné le peu de connaissances que nous avons sur les forces entre nucléons. Le but que nous nous proposons est bien double en interaction directe : d'une part, tester les fonctions d'onde décrivant les divers noyaux; d'autre part essayer de trouver un potentiel décrivant correctement cette interaction. On ne peut faire correctement les deux ensemble, car les effets de l'un des paramètres peuvent masquer ceux de l'autre. Nous nous intéresserons ici essentiellement à l'in-

teraction elle-même en regardant accessoirement l'effet d'une fonction de structure améliorée. Ceci explique pourquoi nous choisissons pour la cible une fonction d'onde interne non explicitée $\psi_i(\vec{\xi}_i)$ qui se retrouvera dans le noyau final et nous permettra en intégrant sur les variables internes $\vec{\xi}_i$ de faire apparaître la largeur réduite θ_i .

Le spin étant J_i (Mi) la fonction totale s'écrit :

$$\phi_i = \exp(i \vec{k}_i \cdot \vec{r}_i) \cdot \psi_i(\vec{\xi}_i) \psi_{J_i}^{m_i} \quad (\text{I.1.7})$$

I - 1.c - Proton

Particule élémentaire donc sans structure interne, le proton émergent sera simplement représenté par le produit de son onde plane et de sa fonction de spin :

$$\exp(i \vec{k}_p \cdot \vec{r}_p) \psi_{\frac{1}{2}}^{\sigma_p'} \quad (\text{I.1.8})$$

l'indice prime de σ_p' nous rappelant qu'il s'agit du même proton qu'à l'entrée mais que l'orientation de son spin n'est pas nécessairement conservée dans la réaction.

I - 1.d - Noyau final

Nous l'admettrons donc, formé d'un coeur inerte et des deux neutrons abandonnés par le triton. Pour le décrire, nous nous plaçons dans le cadre du modèle en couches ; les deux particules indépendantes 1 et 2 sont donc plongées dans un potentiel, supposé à symétrie sphérique, représentant l'action des autres nucléons sur chacune d'elles.

Avec ces hypothèses très simplifiées, les parties radiale et angulaire se séparent dans la fonction d'onde qui peut s'écrire :

$$f_\ell(r') Y_\ell^m(\hat{r}') \quad (\text{I.1.9})$$

où $\vec{r}'$ (module r' ; angle $\hat{r}'$ avec l'axe porté par $\vec{k}_t$) est le vecteur distance du centre du coeur au centre de masse du neutron fixé. (fig. 5)

On peut considérer qu'une telle écriture est une approximation suffisante . Dans le cadre du modèle en couches, le centre du potentiel sphérique représentant l'action des $A-1$ nucléons sur le A ième, dans le noyau de masse A , est confondu avec le centre du noyau lui même. Ici, nous prenons le centre de masse de la partie des $A-1$ nucléons agissant, nous rappelant que la différence des deux points sera d'autant plus petite que A est plus grand.

Nous avons alors à former la fonction d'onde du noyau final en combinant celle de chacun des deux neutrons et celle du noyau initial. Nous utiliserons le couplage $j j$ des spins, conformément au modèle en couches de M.G. MAYER et J.H. JENSEN (réf. IV-1).

Nous opérons dans l'ordre suivant :

$$\begin{array}{ccc} \vec{\frac{1}{2}} + \vec{\ell}_1 = \vec{j}_1 & \searrow & \vec{j}_1 + \vec{j}_2 = \vec{J} \\ \vec{\frac{1}{2}} + \vec{\ell}_2 = \vec{j}_2 & \nearrow & \vec{J} + \vec{J}_i = \vec{J}_F \end{array} \quad (I.1.10)$$

Nous écrirons $\psi_{j_i}^{m_i}$ pour rappeler qu'il peut très bien survenir un retournement du spin du coeur pendant la réaction. De même pour σ_1' et σ_2' . Ceci, dans le cadre du modèle en couches pur donne la fonction d'onde totale :

$$\begin{aligned} \Phi_F = \exp(i \vec{k}_F \vec{r}_F) \psi_i(\vec{r}_i) \sum_{\substack{\ell_1 \ell_2 m_1 m_2 \\ \sigma_1' \sigma_2' M_J M_i'}} (-1)^{J+J_i-M_F-j_1+j_2-M_J-\ell_1-\ell_2-\ell_1-\ell_2+1} & b_{\ell_1}(r_1') b_{\ell_2}(r_2') \times \\ \times \gamma_{\ell_1}^{m_1} \gamma_{\ell_2}^{m_2} \psi_{j_i}^{m_i} \psi_{\frac{1}{2}}^{\sigma_1'} \psi_{\frac{1}{2}}^{\sigma_2'} \begin{pmatrix} J & J_i & J_F \\ M_J & M_i' & -M_F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & J \\ \ell_1 & \ell_2 & M_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ m_1 & \sigma_1' & -\ell_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_2 & \frac{1}{2} & j_2 \\ m_2 & \sigma_2' & -\ell_2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (I.1.11)$$

Mais nous savons qu'un tel schéma pur est acceptable surtout au voisinage des noyaux magiques. Dès que l'on s'éloigne des couches saturées en ajoutant (ou enlevant) deux (ou plus) nucléons, la situation se complique. Il faut alors faire in -

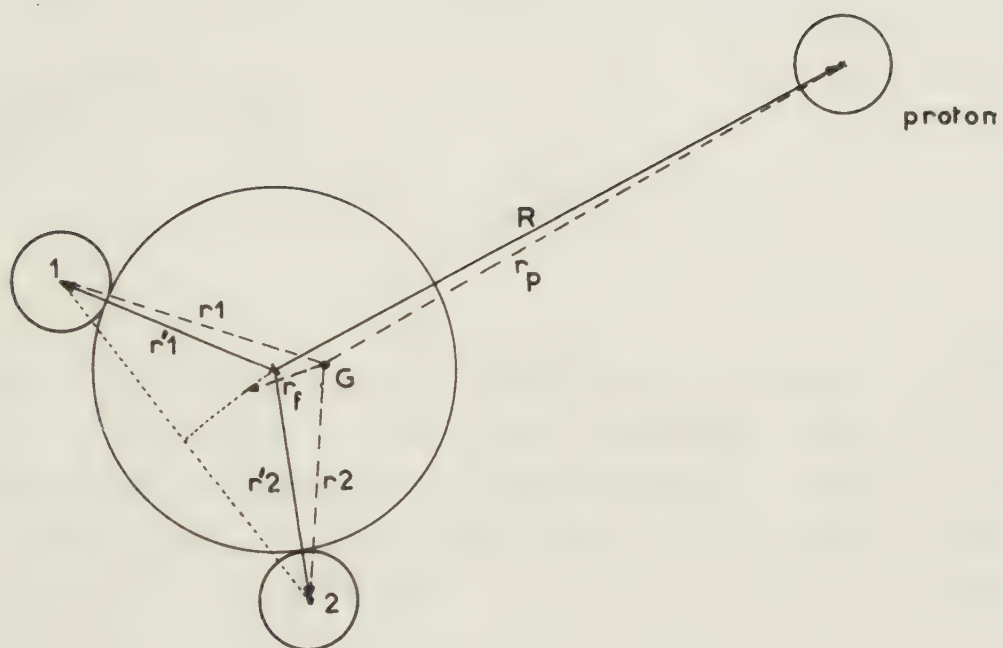


FIG. 5

tervenir des mélanges de configurations, si l'on veut rendre un compte correct des niveaux excités avec leur spin et leur parité (réf. IV 2 et 3). Il faut entendre par là que l'on doit en plus du niveau prévu par le modèle en couches pur, considérer les niveaux voisins, chacun avec sa probabilité d'occupation par le, ou les nucléons ajoutés.

Pour l'oxygène 18 par exemple, étudié par J.P. ELLIOT et B.H. FLOWERS (réf. IV 2) nous avons la forme : (en couplage j j)

$$\psi = 0,89 \left| d \frac{5}{2} \right\rangle \left| d \frac{5}{2} \right\rangle + 0,24 \left| d \frac{3}{2} \right\rangle \left| d \frac{3}{2} \right\rangle + 0,39 \left| s \frac{1}{2} \right\rangle \left| s \frac{1}{2} \right\rangle$$

(I. 1. 12)

alors que l'état pur de modèle en couches serait un état

$$\left| d \frac{5}{2} \right\rangle \left| d \frac{5}{2} \right\rangle$$

Ce schéma implique d'une façon plus précise que l'on admet l'oxygène 18 comme formé d'un coeur (doublement saturé) qui est l'oxygène 16.

Sur ce coeur sont fixés deux neutrons supplémentaires qui devraient être tous deux dans la couche $d \frac{5}{2}$. Une telle description trop simple, n'est pas valable; la forme donnée par J.P. ELLIOT et B.H. FLOWERS signifie que la probabilité de trouver les deux neutrons dans la couche $d \frac{5}{2}$ est bien plus importante ($0,89^2 = 0,79$) mais qu'il existe aussi la probabilité ($0,39^2 = 0,16$) de les trouver dans l'état $2 s \frac{1}{2}$ et ($0,24^2 = 0,06$) dans l'état $d \frac{3}{2}$.

Pour tenir compte de ce fait dans nos calculs, nous introduirons le coefficient de mixage $A \left(\begin{smallmatrix} l_1 & l_2 \\ j_1 & j_2 \end{smallmatrix} \right)$ noté plus simplement A_j^l qui, dans le cas de 0 18 par exemple, prendra les valeurs :

0,89	pour	$\begin{smallmatrix} l_1 \\ l_2 \end{smallmatrix} = \begin{smallmatrix} l_1 \\ l_2 \end{smallmatrix} = 2$	$j_1 = j_2 = \frac{5}{2}$
0,39		$\begin{smallmatrix} l_1 \\ l_2 \end{smallmatrix} = \begin{smallmatrix} l_1 \\ l_2 \end{smallmatrix} = 0$	$j_1 = j_2 = \frac{1}{2}$
0,24		$\begin{smallmatrix} l_1 \\ l_2 \end{smallmatrix} = \begin{smallmatrix} l_1 \\ l_2 \end{smallmatrix} = 2$	$j_1 = j_2 = \frac{3}{2}$

I - 2 - CALCUL DE L'AMPLITUDE DE TRANSITION

Compte tenu des résultats du paragraphe précédent, celle ci s'écrit :

$$I = \frac{\gamma^3}{(\pi\sqrt{12})^{\frac{1}{2}}} \sum_{\substack{j_1, j_2, l_1, l_2 \\ \mu_1, \mu_2, m_1, m_2, \sigma_1, \sigma_2, M_1, M_2, M_3}} (-1)^{-J-M_3+J_1-M_F-j_1-\mu_1+j_2-\mu_2-l_1-l_2+1} A_{j_1 l_1}^* \hat{j}_1 \hat{j}_2 \hat{J} \hat{J}_F \times$$

$$\times \begin{pmatrix} J & J_1 & J_F \\ M_3 & M_1 & -M_F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & J \\ \mu_1 & \mu_2 & -M_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ m_1 & \sigma_1 & -\mu_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_2 & \frac{1}{2} & j_2 \\ m_2 & \sigma_2 & -\mu_2 \end{pmatrix} \times$$

(I. 2. 1)

$$\times \int \psi_{\frac{1}{2}}^{\sigma_1'} \psi_{\frac{1}{2}}^{\sigma_2'} \psi_{\frac{1}{2}}^{\sigma_p'} \psi_{J_1}^{\mu_1'} \exp\left\{-i(\vec{k}_F \vec{r}_F + \vec{k}_p \vec{r}_p)\right\} \beta_{l_1}^*(r_1) \beta_{l_2}^*(r_2) Y_{l_1}^{m_1}(\vec{r}_1) Y_{l_2}^{m_2}(\vec{r}_2) \times$$

$$\times \psi_i^*(\vec{\xi}_i) V_{PF} \exp\left\{-\gamma^2[(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2 + (\vec{r}_1 - \vec{r}_p)^2 + (\vec{r}_2 - \vec{r}_p)^2]\right\} \exp\left\{i(\vec{k}_t \vec{r}_t + \vec{k}_i \vec{r}_i)\right\},$$

$$\times \psi_i(\vec{\xi}_i) \psi_{J_1}^{\mu_1} \sum_{\substack{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_p, M_n}} (-1)^{-S_n - M_n - \sigma_t + \frac{1}{2}} \hat{S}_n^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S_n \\ \sigma_1 & \sigma_2 & -M_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_n & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ M_n & \sigma_p & -\sigma_t \end{pmatrix} \psi_{\frac{1}{2}}^{\sigma_1} \psi_{\frac{1}{2}}^{\sigma_2} \psi_{\frac{1}{2}}^{\sigma_t} \cdot dz$$

V_{pF} représente l'interaction dans le canal de sortie, c'est à dire entre le proton émergent p et le noyau final F. Avant de poursuivre, nous lui attribuons les propriétés simplificatrices suivantes :

- il ne comporte aucun terme agissant sur les spins.
- il est à symétrie sphérique par rapport au coeur.

Ces hypothèses sont certainement peu élaborées mais elles nous permettront de dégrossir le problème de la forme de l'interaction que nous discuterons un peu plus loin. Il serait en effet très étonnant que les protons émergents ne soient pas polarisés. Ceci pourrait faire l'objet d'une étude ultérieure intéressante.

L'élément de volume $d\tau$ contient les variables de spin et d'espace indépendantes : $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_p, \vec{\xi}_i$.

Les propriétés du potentiel nous autorisent à effectuer les intégrations sur les variables de spin immédiatement, faisant apparaître les termes :

$$\int_{\sigma_1 \sigma_1'} \int_{\sigma_2 \sigma_2'} \int_{\sigma_p \sigma_p'} \int_{M_i M_i'}$$

écriture mathématique du fait physique contenu dans le potentiel : il n'agit pas sur les spins.

L'intégration sur $\vec{\xi}_i$ nous fait sortir la largeur réduite du noyau initial :

$$\theta_i = \int \psi_i^*(\vec{\xi}_i) \psi_i(\vec{\xi}_i) d\vec{\xi}_i \quad (I.2.2)$$

Il est bon d'observer ici qu'un tel procédé est applicable tant que l'on ne cherche pas à déterminer la valeur absolue de la section efficace, mais seulement les variations relatives de la section efficace différentielle. θ_i entre dans le coefficient de proportionnalité.

Nous pouvons, dès maintenant, effectuer les sommations sur $\sigma_1', \sigma_2', M_i'$ σ_p qui, après réarrangement, laissent l'amplitude de transition sous la forme :

$$I = \theta_i \frac{\gamma^3}{(\pi\sqrt{2})^3} \sum_{\substack{j_1, j_2, \ell_1, \ell_2 \\ \mu_1, \mu_2, m_1, m_2, \sigma_1, \sigma_2, M_n, M_3}} \frac{(-)^{J-M_J+J_i-M_F-j_1-\mu_1+j_2-\mu_2-\ell_1-\ell_2-S_n-M_n-\sigma_1+\frac{3}{2}}}{A_{j_1 \ell_1}^* \hat{j}_1 \hat{j}_2 \hat{j}_F \hat{S}_n \sqrt{2}} \quad \times$$

$$\times \begin{pmatrix} J & J_i & J_F \\ M_J & M_i & -M_F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & J \\ \mu_1 & \mu_2 & -M_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ m_1 & \sigma_1 & -\mu_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_2 & \frac{1}{2} & j_2 \\ m_2 & \sigma_2 & -\mu_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S_n \\ \sigma_1 & \sigma_2 & -M_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_n & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ M_n & \sigma'_P & -\sigma_1 \end{pmatrix} \quad \times$$

(I. 2. 3.)

$$\times \int \exp \left\{ i \left(\vec{k}_i \vec{r}_i + \vec{k}_\ell \vec{r}_\ell - \vec{k}_F \vec{r}_F - \vec{k}_P \vec{r}_P \right) \right\} \exp \left\{ -Y \left[(\vec{r}_i - \vec{r}_\ell)^2 + (\vec{r}_i - \vec{r}_P)^2 + (\vec{r}_\ell - \vec{r}_P)^2 \right] \right\} \times$$

$$\times \int_{\ell_1}^* (r'_1) \int_{\ell_2}^* (r'_2) \gamma_{\ell_1}^{m_1*}(\hat{r}'_1) \gamma_{\ell_2}^{m_2*}(\hat{r}'_2) V_{PF} d\vec{r}_i d\vec{r}_2 d\vec{r}_P$$

Les vecteurs $\vec{r}'_1$ et $\vec{r}'_2$ intervenant explicitement dans les fonctions $\psi_{\ell}(\vec{r}')$ nous allons passer du système de variables $\vec{r}_1 \vec{r}_2 \vec{r}_P$ au système $\vec{r}'_1 \vec{r}'_2 \vec{R}$ (fig. 5), toujours dans le système du centre de masse.

Ce changement de variables donne pour l'intégrale d'espace :

$$\frac{M}{M+3m} \int \exp \left\{ i \left(\vec{P}(\vec{r}'_1 + \vec{r}'_2) + \vec{Q} \vec{R} \right) \right\} \exp \left\{ -2Y \left(R^2 + r_1'^2 + r_2'^2 - \vec{R} \vec{r}'_1 - \vec{R} \vec{r}'_2 - \vec{r}'_1 \vec{r}'_2 \right) \right\} \times$$

(I. 2. 4)

$$\times \int_{\ell_1}^* (r'_1) \int_{\ell_2}^* (r'_2) \gamma_{\ell_1}^{m_1*}(\hat{r}'_1) \gamma_{\ell_2}^{m_2*}(\hat{r}'_2) V_{PF} d\vec{r}'_1 d\vec{r}'_2 d\vec{R}$$

dans laquelle nous avons posé

$$\begin{aligned}\vec{Q} &= \frac{1}{2} \vec{k}_t - \vec{k}_p \\ \vec{P} &= \frac{1}{3} \vec{k}_t + \frac{m}{2m+M} \vec{k}_p\end{aligned}\tag{I.2.5}$$

Avec l'hypothèse de symétrie sphérique posée pour le potentiel d'interaction nous pouvons continuer les calculs en décomposant les exponentielles sur la base des harmoniques sphériques :

$$\exp(i \vec{P} \vec{r}'_1) = 4\pi \sum_{L_1 M_1} i^{L_1} j_{L_1}(Pr'_1) Y_{L_1}^{M_1*}(\hat{r}'_1) Y_{L_1}^{M_1}(\hat{P})\tag{a}$$

$$\exp(i \vec{P} \vec{r}'_2) = 4\pi \sum_{L_2 M_2} i^{L_2} j_{L_2}(Pr'_2) Y_{L_2}^{M_2*}(\hat{r}'_2) Y_{L_2}^{M_2}(\hat{P})\tag{b}$$

$$\exp(i \vec{Q} \vec{R}) = 4\pi \sum_{\ell m} i^{\ell} j_{\ell}(QR) Y_{\ell}^m(\hat{R}) Y_{\ell}^{m*}(\hat{Q})\tag{c}$$

$$\exp(2\gamma^2 \vec{R} \vec{r}'_1) = \exp[-i(2i\gamma^2 \vec{R} \vec{r}'_1)] = 4\pi \sum_{\gamma_1 \gamma_1'} (-i)^{\gamma_1} j_{\gamma_1}(2i\gamma^2 R r'_1) Y_{\gamma_1}^{\gamma_1'}(\hat{r}'_1) Y_{\gamma_1}^{\gamma_1'*}(\hat{R})\tag{a}$$

$$\exp(2i\vec{R}\vec{r}_2') = \exp\left[-i(2i\vec{Y}\vec{R}\vec{r}_2')\right] = 4\pi \sum_{Y_2 M_2} (-i)^{Y_2} j_{Y_2}(2iY\vec{R}\vec{r}_2') Y_{Y_2}^{M_2*}(\hat{r}_2') Y_{Y_2}^{M_2}(\hat{R}) \quad (b)$$

(I. 2. 7)

$$\exp(2i\vec{r}_1'\vec{r}_2') = \exp\left[-i(2iY\vec{r}_1'\vec{r}_2')\right] = 4\pi \sum_{Y M} (-i)^Y j_Y(2iY\vec{r}_1'\vec{r}_2') Y_Y^{M*}(\hat{r}_1') Y_Y^M(\hat{r}_2') \quad (c)$$

Ces expressions nous permettent de séparer les intégrations radiales et angulaires dans l'intégrale d'espace I. 2. 4. Nous pouvons alors effectuer les intégrations angulaires immédiatement, en appliquant les formules suivantes bien connues :

$$\int Y_{Y_1}^{M_1}(\hat{R}) Y_{Y_2}^{M_2}(\hat{R}) Y_{\ell}^m(\hat{R}) d\hat{R} = \frac{Y_1 Y_2 \ell}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} Y_1 Y_2 \ell \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 Y_2 \ell \\ M_1 M_2 m \end{pmatrix} \quad (I. 2. 8)$$

Avec une étape intermédiaire pour les $\vec{r}_1'$ nous devons écrire :

$$Y_{\ell_1}^{m_1*}(\hat{r}_1') Y_{L_1}^{M_1}(\hat{r}_1') = \sum_{\Lambda_1 \lambda_1} \frac{\hat{\ell}_1 \hat{L}_1 \hat{\Lambda}_1}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} \ell_1 L_1 \Lambda_1 \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 L_1 \Lambda_1 \\ m_1 M_1 \lambda_1 \end{pmatrix} Y_{\Lambda_1}^{\lambda_1}(\hat{r}_1') \quad (I. 2. 9)$$

ce qui donne pour l'intégration sur les quatre harmoniques sphériques :

$$\int Y_{\ell_1}^{m_1*} Y_{L_1}^{M_1*} Y_{Y_1}^{M_1*} Y_Y^{M_Y*} d\vec{r}_1' = \sum_{\Lambda_1 \lambda_1} (-)^{Y_1+Y_2} \frac{\hat{\ell}_1 \hat{L}_1 \hat{Y}_1 \hat{Y} (\hat{\Lambda}_1)^2}{4\pi} \begin{pmatrix} \ell_1 L_1 \Lambda_1 \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_1 Y_1 Y \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 L_1 \Lambda_1 \\ m_1 M_1 \lambda_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_1 Y_1 Y \\ \lambda_1 -M_1 -M \end{pmatrix} \quad (I. 2. 10) \quad a$$

Un calcul identique conduit pour les $Y(\hat{r}_2')$ au résultat :

$$\int Y_{\ell_2}^{m_2*} Y_{L_2}^{M_2*} Y_{\ell_2}^{m_2*} Y_{\ell_2}^{m_2} d\hat{r}_2' = \sum_{\Lambda_2 \lambda_2} (-)^{m_2} \hat{\ell}_2 \hat{L}_2 \hat{\ell}_2 \hat{\ell}_2 (\hat{\Lambda}_2)^2 \begin{pmatrix} \ell_2 L_2 \Lambda_2 \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_2 \ell_2 \ell_2 \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_2 L_2 \Lambda_2 \\ m_2 M_2 \lambda_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_2 \ell_2 \ell_2 \\ \lambda_2 -m_2 -\lambda_2 \end{pmatrix} \quad (I.2.10b)$$

Nous portons alors I.2.8, I.2.10^a et I.2.10^b dans I.2.3 et après quelques réarrangements nous arrivons à :

$$I = \theta_i \frac{\gamma^3}{(\pi \sqrt{12})^{\frac{3}{2}}} (4\pi)^{\frac{7}{2}} \frac{M}{M+3m} \sum_{\substack{j_1 j_2 \ell_1 \ell_2 \\ \mu_1 \mu_2 m_1 m_2 \sigma_1 \sigma_2 M_1 M_2 m \lambda_1 \lambda_2}} \begin{matrix} (i) \\ L_1 + L_2 + \ell + \ell_1 + \ell_2 + \ell \\ L_1 L_2 \ell \ell_1 \ell_2 \ell \Lambda_1 \Lambda_2 \end{matrix} \quad \times$$

$$\times (-)^{-J-M_3+J_1-M_F-j_1-\mu_1+j_2-\mu_2-\ell_1-\ell_2-S_n-M_n-\sigma_1+\ell_1+\ell_2+\ell+\lambda_1+\lambda_2+\frac{3}{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} A_{j\ell}^* \hat{j}_1 \hat{j}_2 \hat{J} \hat{J}_F \hat{S}_n \hat{\ell}_1 \hat{\ell}_2 \hat{\ell} \hat{L}_1 \hat{L}_2 (\hat{\ell}_1 \hat{\ell}_2 \hat{\ell} \hat{\Lambda}_1 \hat{\Lambda}_2)^2$$

$$\times Y_{L_1}^{m_1}(\hat{P}) Y_{L_2}^{m_2}(\hat{P}) Y_{\ell}^{m*}(Q) B_{\ell_2 L_2 \ell_2 \ell \ell}^{\ell_1 L_1 \ell_1} \times$$

(I.2.11)

$$\begin{vmatrix} \ell_1 \ell_2 \ell \\ 0 0 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \ell_1 L_1 \Lambda_1 \\ 0 0 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Lambda_1 \ell_1 \ell \\ 0 0 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \ell_2 L_2 \Lambda_2 \\ 0 0 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Lambda_2 \ell_2 \ell \\ 0 0 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \ell_1 \ell_2 \ell \\ \mu_1 \mu_2 m \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \ell_1 L_1 \Lambda_1 \\ m_1 M_1 \lambda_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Lambda_1 \ell_1 \ell \\ \lambda_1 -\mu_1 -\mu_2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \ell_2 L_2 \Lambda_2 \\ m_2 M_2 \lambda_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Lambda_2 \ell_2 \ell \\ \lambda_2 -\mu_2 -\mu_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} J J_1 J_F \\ M_2 M_1 -M_F \end{vmatrix} \begin{vmatrix} j_1 j_2 J \\ \mu_1 \mu_2 -M_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \ell_1 \frac{1}{2} j_1 \\ m_1 \sigma_1 -\mu_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \ell_2 \frac{1}{2} j_2 \\ m_2 \sigma_2 -\mu_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{1}{2} \frac{1}{2} S_n \\ \sigma_1 \sigma_2 -M_n \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_n \frac{1}{2} \frac{1}{2} \\ M_n \sigma_P -\sigma_t \end{vmatrix}$$

où nous avons posé pour alléger l'écriture :

$$\mathcal{B}_{\ell_2 L_2 \mathcal{L}_2}^{\ell_1 L_1 \mathcal{L}_1} \ell \mathcal{L} = \int dr'_1 dr'_2 dR r_1'^2 r_2'^2 R^2 V_{PF} \beta_{\ell_1}^*(r'_1) j_{L_1}(Pr'_1) j_{\mathcal{L}_1}(2i\gamma^2 R r'_1) \times \quad (\text{I. 2. 12})$$

$$\times \beta_{\ell_2}^*(r'_2) j_{L_2}(Pr'_2) j_{\mathcal{L}_2}(2i\gamma^2 R r'_2) j_{\ell}(QR) j_{\mathcal{L}}(2i\gamma^2 r'_1 r'_2) \exp[-2\gamma^2(R^2 + r_1'^2 + r_2'^2)]$$

En utilisant maintenant la relation :

$$\sum_{\mathcal{L}_6} (-)^{\Lambda_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_6 + \lambda_2} \begin{pmatrix} \mathcal{L}_1 \Lambda_1 \mathcal{L} \\ \mathcal{L}_6 \lambda_1 - \mathcal{L}_2 \lambda_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{L} \mathcal{L}_2 \Lambda_2 \\ \mathcal{L}_6 - \mathcal{L}_2 \lambda_2 \end{pmatrix} = \sum_{\ell' m'} (\ell')^2 \begin{pmatrix} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_1 \ell' \\ \mathcal{L}_6 - \mathcal{L}_2 - m' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell' \Lambda_1 \Lambda_2 \\ m' \lambda_1 \lambda_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \ell' \\ \Lambda_2 \Lambda_1 \mathcal{L} \end{pmatrix} \quad (\text{I. 2. 13})$$

nous pouvons faire apparaître l'orthogonalité :

$$\sum_{\mathcal{L}_6, \mathcal{L}_2} \begin{pmatrix} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \ell \\ \mathcal{L}_6 \mathcal{L}_2 m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \ell' \\ \mathcal{L}_6 \mathcal{L}_2 m' \end{pmatrix} = \frac{1}{(\ell)^2} \mathcal{J}_{\ell \ell'} \mathcal{J}_{m m'} \quad (\text{I. 2. 14})$$

ce qui autorise la sommation sur ℓ' et m' et conduit, pour l'amplitude de transition à la forme :

$$\mathbf{I} = \theta_i \frac{\gamma^3}{(\pi \sqrt{2})^{\frac{3}{2}}} (4\pi)^{\frac{7}{2}} \frac{M}{M+3m} \sum (i)^{L_1+L_2+\ell+\mathcal{L}_1+\mathcal{L}_2+\mathcal{L}} \frac{1}{\sqrt{2}} A_{j\ell}^* (-)^{J-M_J+J_i-M_{F_i}-j_i-M_i+j_z-M_z-\ell_1-\ell_2-S_n-M_n-\sigma_L+\mathcal{L}+\mathcal{L}_2+\Lambda_2+\mathcal{L}_2} \times$$

$$\times Y_{L_1}^{M_1}(\hat{P}) Y_{L_2}^{M_2}(\hat{P}) Y_{\ell}^{m*}(\hat{Q}) \mathcal{B}_{\ell_2 L_2 \mathcal{L}_2}^{\ell_1 L_1 \mathcal{L}_1} \ell \mathcal{L} \begin{pmatrix} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \ell \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell \ L \ \Lambda_1 \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_1 \mathcal{L}_1 \mathcal{L} \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_2 L_2 \Lambda_2 \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_2 \mathcal{L}_2 \mathcal{L} \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \times$$

$$\begin{pmatrix} \ell_1 \ L_1 \ \Lambda_1 \\ m_1 \ M_1 \ \lambda_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_2 \ L_2 \ \Lambda_2 \\ m_2 \ M_2 \ \lambda_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J \ J_i \ J_F \\ M_J \ M_i \ -M_F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_n \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \\ M_n \ \sigma'_P - \sigma_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell \ \Lambda_1 \ \Lambda_2 \\ m \ \lambda_1 \ \lambda_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 \ j_2 \ J \\ \mu_1 \ \mu_2 \ -M_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 \ \frac{1}{2} \ j_1 \\ m_1 \ \sigma_1 \ -\mu_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_2 \ \frac{1}{2} \ j_2 \\ m_2 \ \sigma_2 \ -\mu_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ S_n \\ \sigma_1 \ \sigma_2 \ -M_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \ell \\ \Lambda_2 \Lambda_1 \mathcal{L} \end{pmatrix}$$

la sommation étant effectuée sur les indices suivants :

$$\begin{array}{ccccccc} j_1 & j_2 & l_1 & l_2 & L, L_2 & \mathcal{L}_1 & \mathcal{L}_2 & \mathcal{L} & \Lambda_1 & \Lambda_2 \\ \mu_1 & \mu_2 & m_1 & m_2 & \sigma_1 & \sigma_2 & M_n & M_J & M_1 & M_2 & \lambda_1 & \lambda_2 \end{array} \quad (\text{I. 2. 15})$$

Il nous devient impossible d'alléger un peu cette expression en utilisant les coefficients 9 j de WIGNER ; on peut en effet effectuer les sommations partielles suivantes :

$$\sum_{\sigma_1 \sigma_2 \mu_1 \mu_2} (-1)^{j_1+j_2+J} \left(\begin{array}{c} j_1 j_2 J \\ -\mu_1 -\mu_2 M_J \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} l_1 \frac{1}{2} j_1 \\ m_1 \sigma_1 -\mu_1 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} l_2 \frac{1}{2} j_2 \\ m_2 \sigma_2 -\mu_2 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \frac{1}{2} \frac{1}{2} S_n \\ \sigma_1 \sigma_2 -M_n \end{array} \right) = \sum_{LM} (\hat{L})^2 \left(\begin{array}{c} l_1 l_2 L \\ m_1 m_2 M \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} L S_n J \\ M -M_n M_J \end{array} \right) \left\{ \begin{array}{c} l_1 l_2 L \\ \frac{1}{2} \frac{1}{2} S_n \\ j_1 j_2 J \end{array} \right\} \quad (\text{I. 2. 16})$$

$$\sum_{\substack{m_1 m_2 \lambda_1 \\ M_1 M_2 \lambda_2}} \left(\begin{array}{c} l_1 L_1 \Lambda_1 \\ m_1 M_1 \lambda_1 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} l_2 L_2 \Lambda_2 \\ m_2 M_2 \lambda_2 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} L L_2 \Lambda \\ m_1 M_2 \lambda \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \Lambda_1 \Lambda_2 l \\ \lambda_1 \lambda_2 m \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} l_1 l_2 L \\ m_1 m_2 M \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} L \Lambda l \\ M \lambda m \end{array} \right) \left\{ \begin{array}{c} l_1 L_1 \Lambda_1 \\ l_2 L_2 \Lambda_2 \\ L \Lambda l \end{array} \right\} \quad (\text{I. 2. 17})$$

la deuxième devenant possible grâce à la première qui apporte dans I

$$\text{le } 3j : \quad \left(\begin{array}{ccc} l_1 & l_2 & L \\ 1 & 2 & \\ m_1 & m_2 & M \end{array} \right)$$

le nombre Λ étant introduit par la relation suivante :

$$Y_{L_1}^{M_1}(\hat{P}) Y_{L_2}^{M_2}(\hat{P}) = \sum_{\Lambda \lambda} \frac{\hat{L}_1 \hat{L}_2 \hat{\Lambda}}{\sqrt{4\pi}} \left(\begin{array}{c} L_1 L_2 \Lambda \\ 0 0 0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} L_1 L_2 \Lambda \\ M_1 M_2 \lambda \end{array} \right) Y_{\Lambda}^{\lambda*}(\hat{P}) \quad (\text{I. 2. 18})$$

I - 3 - CALCUL DE LA SECTION EFFICACE

On sait que l'amplitude de transition intervient par son module carré dans la section efficace. On effectue la somme sur tous les états finaux et la moyenne sur les états initiaux suivant la formule :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{M_t^* M_p^*}{(2\pi\hbar^2)^2} \cdot \frac{K_p}{K_t} \cdot \frac{1}{(\hat{j}_i)^2 (\frac{1}{2})^2} \sum_{\substack{M_i \sigma_t \\ M_F \sigma_p}} |I|^2 \quad (\text{I. 3. 1})$$

M^* étant la masse réduite du triton (t) ou du proton (p)

K le nombre d'ondes du mouvement relatif.

Dans tout ce qui suit, nous sous-entendrons le coefficient numérique de $\sum |I|^2$ puisque de toute manière, θ_i nous étant inconnu, il est impossible de faire autre chose qu'un calcul en valeurs relatives. Notons toutefois l'expression de ce coefficient :

$$C = \frac{M_t^* M_p^*}{(2\pi\hbar^2)^2} \cdot \frac{K_p}{K_t} \cdot \frac{1}{2(2j_i+1)} \theta_i^2 \cdot \frac{\gamma^6}{(\pi\sqrt{12})^3} \cdot \frac{M^2}{(M+3m)^2} \cdot (4\pi)^6 \quad (\text{I. 3. 2})$$

Nous pouvons alors écrire :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \text{Partie Réelle de } C \sum_{\substack{j_1 j_2 \ell_1 \ell_2 L_1 L_2 \ell \\ j'_1 j'_2 \ell'_1 \ell'_2 L'_1 L'_2 \ell'}} (i)^{L_1+L_2+\ell+\ell_1+\ell_2+\ell+L'_1+L'_2+\ell'+\ell'_1+\ell'_2+\ell'} \cdot \frac{\gamma_1 \gamma_2 \gamma \Lambda_1 \Lambda_2 L \Lambda}{\gamma'_1 \gamma'_2 \gamma' \Lambda'_1 \Lambda'_2 L' \Lambda'} \cdot \frac{m M_n M_j}{m' M'_n M'_j} \cdot \frac{M \lambda \sigma_t \sigma_p M_i M_F}{M' \lambda' \sigma'_t \sigma'_p M'_i M'_F} \quad (\text{I. 3. 3})$$

$$\times (-)^{-2M_j+2j_2+2j'_2-\ell_1-\ell'_1-\ell_2-\ell'_2-2S_n-M_n-M'_n+\ell+\ell_2+\Lambda_2+\Lambda'_2+L'_1+L'_2+\ell'+\ell_1} \hat{A}_{j\ell}^* \hat{A}_{j'\ell'} \hat{j}_1 \hat{j}_1' \hat{j}_2 \hat{j}_2' \hat{\ell}_1 \hat{\ell}_1' \hat{\ell}_2 \hat{\ell}_2' \hat{\ell} \hat{\ell}' \hat{\Lambda} \hat{\Lambda}' (\hat{j}_1 \hat{j}_2 \hat{\ell}_1 \hat{\ell}_2 \hat{L}_1 \hat{L}_2 \hat{\ell} \hat{\ell}' \hat{\Lambda} \hat{\Lambda}' \hat{j}_1' \hat{j}_2' \hat{\ell}_1' \hat{\ell}_2' \hat{L}_1' \hat{L}_2' \hat{\ell}' \hat{\ell}' \hat{\Lambda}' \hat{\Lambda}')^2$$

$$\times \begin{matrix} \lambda^* \\ \wedge \end{matrix} (\hat{P}) \begin{matrix} \lambda' \\ \wedge \end{matrix} (\hat{P}) \begin{matrix} m^* \\ \ell \end{matrix} (\hat{Q}) \begin{matrix} m' \\ \ell' \end{matrix} (\hat{Q}) \mathcal{B}_{\ell_2 L_2 \ell_2}^{\ell, L, \ell_1} \mathcal{B}_{\ell'_2 L'_2 \ell'_2}^{\ell', L', \ell'_1 *} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \ell_2 \ell_2 \ell \\ 000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell'_2 \ell'_2 \ell' \\ 000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_1 L_2 \wedge \\ 000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L'_1 L'_2 \wedge' \\ 000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 L_1 \wedge_1 \\ 000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell'_1 L'_1 \wedge'_1 \\ 000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \wedge_1 \ell_1 \ell \\ 000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \wedge'_1 \ell'_1 \ell' \\ 000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_2 L_2 \wedge_2 \\ 000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell'_2 L'_2 \wedge'_2 \\ 000 \end{pmatrix} \times$$

(I. 3. 3)

$$\times \begin{pmatrix} \wedge_2 \ell_2 \ell \\ 000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \wedge'_2 \ell'_2 \ell' \\ 000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_i J_i J_F \\ M_i M_i - M_F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_i J_i J_F \\ M'_i M'_i - M_F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_n \frac{1}{2} \frac{1}{2} \\ M_n \sigma'_P - \sigma_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_n \frac{1}{2} \frac{1}{2} \\ M'_n \sigma'_P - \sigma_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L S_n J \\ M - M_n M_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L' S_n J \\ M' - M'_n M'_J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L \wedge \ell \\ M \lambda m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L' \wedge' \ell' \\ M' \lambda' m' \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \ell_1 \ell_2 \ell \\ \wedge_2 \wedge_1 \ell \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell'_1 \ell'_2 \ell' \\ \wedge'_2 \wedge'_1 \ell' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 \ell_2 L \\ \frac{1}{2} \frac{1}{2} S_n \\ j_1 j_2 J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell'_1 \ell'_2 L' \\ \frac{1}{2} \frac{1}{2} S_n \\ j'_1 j'_2 J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 L_1 \wedge_1 \\ \ell_2 L_2 \wedge_2 \\ L \wedge \ell \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell'_1 L'_1 \wedge'_1 \\ \ell'_2 L'_2 \wedge'_2 \\ L' \wedge' \ell' \end{pmatrix}$$

Nous avons tenu compte du fait que :

$$(-)^{2J_i - 2M_J - 2M_F} = (-)^{2(J_i - M_i) - 4M_J} = 1 \quad (-)^{-2(\frac{1}{2} + \sigma_t)} = 1 \quad (\text{I. 3. 4})$$

Nous pouvons effectuer immédiatement les relations d'orthogonalité des coefficients 3 j :

$$\sum_{M_i M_F} \begin{vmatrix} J_i J_i J_F \\ M_J M_i - M_F \end{vmatrix} \begin{vmatrix} J_i J_i J_F \\ M'_J M'_i - M_F \end{vmatrix} = \frac{1}{(\hat{J})^2} J_{M_J M'_J}$$

$$\sum_{\sigma'_P \sigma_t} \begin{vmatrix} S_n \frac{1}{2} \frac{1}{2} \\ M_n \sigma'_P - \sigma_t \end{vmatrix} \begin{vmatrix} S_n \frac{1}{2} \frac{1}{2} \\ M'_n \sigma'_P - \sigma_t \end{vmatrix} = \frac{1}{(\hat{S}_n)^2} J_{M_n M'_n} \quad (\text{I. 3. 5})$$

qui permettent de sommer sur M'_j et M'_n . Il apparaît alors la nouvelle orthogonalité :

$$\sum_{M_n M_j} \begin{pmatrix} L & S_n & J \\ M_n & M_j & M_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L' & S_n & J \\ M' & M_n & M_j \end{pmatrix} = \frac{1}{(\hat{L})} \mathcal{J}'_{LL'} \mathcal{J}_{MM'} \quad (\text{I. 3.6})$$

qui autorise la simplification de I. 3-3 par sommation sur L' et M' .

Nous pouvons remarquer également que l'exposant de (-1) se simplifie grâce aux relations suivantes, dues à la propriété du $3j$:

$$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0 \quad \text{sauf si } j_1 + j_2 + j_3 \text{ est pair ; et devient tout simplement :}$$

$$(-1)^{2j_2 + 2j'_2 - l_1 - l_2 + \mathcal{J}' + l'} \quad (\text{I. 3-7})$$

Nous avons donc pour la section efficace :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \text{Partie réelle de } \frac{1}{c} \sum (i) \begin{pmatrix} L_1 + L_2 + l + \mathcal{J}_1 + \mathcal{J}_2 + \mathcal{J} + L'_1 + L'_2 + l' + \mathcal{J}'_1 + \mathcal{J}'_2 + \mathcal{J}' \\ (-1)^{2j_2 + 2j'_2 - l_1 - l_2 + \mathcal{J}' + l'} \end{pmatrix} \times$$

$$\begin{matrix} j_1 & j_2 & l & l' & L_1 & L_2 & l & \mathcal{J}_1 & \mathcal{J}_2 & \Lambda_1 & \Lambda_2 & L & \Lambda & \mathcal{J} \\ j'_1 & j'_2 & l' & l'_2 & L'_1 & L'_2 & l' & \mathcal{J}'_1 & \mathcal{J}'_2 & \Lambda'_1 & \Lambda'_2 & M & \Lambda' & \mathcal{J}' \\ & & & & & & m & & & & & M & \lambda & \\ & & & & & & m' & & & & & & \lambda' & \end{matrix}$$

$$\times A_{j\ell}^* A_{j'\ell'} \hat{j}_1 \hat{j}'_1 \hat{j}_2 \hat{j}'_2 \hat{\ell}_1 \hat{\ell}'_1 \hat{\ell}_2 \hat{\ell}'_2 \hat{\ell} \hat{\ell}' \hat{\Lambda} \hat{\Lambda}' \left| \hat{j}_F \hat{L}_1 \hat{L}'_1 \hat{L}_2 \hat{L}'_2 \hat{\mathcal{J}}_1 \hat{\mathcal{J}}'_1 \hat{\mathcal{J}}_2 \hat{\mathcal{J}}'_2 \hat{\mathcal{J}} \hat{\mathcal{J}}' \hat{\Lambda}_1 \hat{\Lambda}'_1 \hat{\Lambda}_2 \hat{\Lambda}'_2 \hat{L} \right|^2 \times$$

$$\times Y_{\Lambda}^{\lambda*}(\hat{P}) Y_{\Lambda}^{\lambda}(\hat{P}) Y_{\ell}^{m*}(\hat{Q}) Y_{\ell}^{m'}(\hat{Q}) B_{\ell_2 L_2 \mathcal{J}_2}^{\ell, L, \mathcal{J}} \mathcal{B}_{\ell'_2 L'_2 \mathcal{J}'_2}^{\ell', L', \mathcal{J}'} \times$$

(I. 3. 8)

$$\times \begin{pmatrix} \mathcal{J}_1 & \mathcal{J}_2 & \ell \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{J}'_1 & \mathcal{J}'_2 & \ell' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_1 & L_2 & \Lambda \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L'_1 & L'_2 & \Lambda' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & L_1 & \Lambda_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell'_1 & L'_1 & \Lambda'_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_1 & \mathcal{J}_1 & \mathcal{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda'_1 & \mathcal{J}'_1 & \mathcal{J}' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times$$

$$\begin{aligned}
 & \times \begin{pmatrix} \ell_2 L_2 \Lambda_2 \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell'_2 L'_2 \Lambda'_2 \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_2 \mathcal{L}_2 \mathcal{L} \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda'_2 \mathcal{L}'_2 \mathcal{L}' \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L \wedge \ell \\ M \lambda m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L \wedge \ell' \\ M \lambda' m' \end{pmatrix} \left\{ \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \ell \right\} \times \\
 & \times \begin{pmatrix} \mathcal{L}'_1 \mathcal{L}'_2 \ell' \\ \Lambda'_2 \Lambda'_1 \mathcal{L}' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 \ell_2 L \\ \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad S_n \\ j_1 \quad j_2 \quad J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell'_1 \ell'_2 L \\ \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad S_n \\ j'_1 \quad j'_2 \quad J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 L_1 \Lambda_1 \\ \ell_2 L_2 \Lambda_2 \\ L \wedge \ell \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell'_1 L'_1 \Lambda'_1 \\ \ell'_2 L'_2 \Lambda'_2 \\ L \wedge \ell' \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Nous allons maintenant utiliser les propriétés des harmoniques sphériques en écrivant :

$$Y_{\Lambda}^{\lambda*}(\hat{P}) Y_{\Lambda'}^{\lambda'}(\hat{P}) = (-)^{\lambda} Y_{\Lambda}^{-\lambda} Y_{\Lambda'}^{\lambda'} = (-)^{\lambda} \sum_{\Omega \omega} \frac{\hat{\Lambda} \hat{\Lambda}' \hat{\Omega}}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} \Lambda \Lambda' \Omega \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda \Lambda' \Omega \\ -\lambda \lambda' \omega \end{pmatrix} Y_{\Omega}^{\omega*}(\hat{P})$$

(I. 3. 9)

$$Y_{\ell}^{m*}(\hat{Q}) Y_{\ell'}^{m'}(\hat{Q}) = (-)^m Y_{\ell}^{-m} Y_{\ell'}^{m'} = (-)^m \sum_{\Gamma \gamma} \frac{\ell \ell' \Gamma}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} \ell \ell' \Gamma \\ 0 0 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell \ell' \Gamma \\ -m m' \gamma \end{pmatrix} Y_{\Gamma}^{\gamma*}(\hat{Q})$$

De même, en utilisant un couplage différent de $\vec{\Lambda} \vec{\ell} \vec{\Lambda}' \vec{\ell}'$ nous pouvons écrire :

$$\sum_M (-)^{\Lambda' + \ell + \lambda + m'} \begin{pmatrix} \Lambda \ell L \\ -\lambda - m - M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L \Lambda' \ell' \\ M \lambda' m' \end{pmatrix} = \sum_{\Delta J} (\Delta)^2 \begin{pmatrix} \Lambda \Lambda' \Delta \\ -\lambda \lambda' - J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell \ell' \Gamma \\ J - m m' \end{pmatrix} \left\{ \Lambda \Lambda' \Delta \right\} \left\{ \ell' \ell L \right\} \quad (\text{I. 3. 10})$$

$$\sum_{\times} \begin{pmatrix} l_2 L_2 \Lambda_2 \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l'_2 L'_2 \Lambda'_2 \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_2 \mathcal{L}_2 \mathcal{L} \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda'_2 \mathcal{L}'_2 \mathcal{L}' \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda \Lambda' \Delta \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l l' \Delta \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \Lambda \Lambda' \Delta \\ l' l L \end{Bmatrix}_{\times}$$

(I. 3. 13)

$$\sum_{\times} \begin{Bmatrix} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 l \\ \Lambda_2 \Lambda_1 \mathcal{L} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathcal{L}'_1 \mathcal{L}'_2 l' \\ \Lambda'_2 \Lambda'_1 \mathcal{L}' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l, l_2 L \\ \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad S_n \\ j_1 \quad j_2 \quad J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l', l'_2 L \\ \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad S_n \\ j'_1 \quad j'_2 \quad J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l, L, \Lambda_1 \\ l_2 L_2 \Lambda_2 \\ L \Lambda l \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l', L', \Lambda'_1 \\ l'_2 L'_2 \Lambda'_2 \\ L \Lambda' l' \end{Bmatrix}$$

Cette expression est extrêmement lourde, à la fois à cause des 28 indices de sommation et des deux intégrales triples B étendues à tout l'espace.

Rappelons rapidement les hypothèses qui nous ont amené à ce résultat :

- ondes planes à l'entrée et à la sortie
- potentiel d'interaction à symétrie sphérique
- fonctions d'onde du modèle en couches (avec au besoin un mélange de configurations pour le noyau final)
- triton dans un état s (avec fonction radiale gaussienne)

Nous discuterons, dans le troisième chapitre, le calcul numérique de cette section efficace avec les hypothèses supplémentaires faites sur la forme du potentiel V_{pF} (non explicité dans $\mathcal{B}_{l_2 L_2 \mathcal{L}_2}^{l, L, \mathcal{L}_1} l \mathcal{L}$) d'une part ; et d'autre part, les approximations supplémentaires apportées en vue d'alléger un peu cette formule très complexe.

Nous donnons ci-dessous la formule I. 3-13 appliquée au cas répondant aux hypothèses suivantes :

- les noyaux initial et final sont pair-pair donc $J_i = J_F = 0$. Il s'ensuit que $J = 0$ puisque $\vec{J}_F = \vec{J}_i + \vec{J}$
- les deux neutrons du triton sont à spin antiparallèle donc $S_n = 0$

En appliquant les relations :

$$\left\{ \begin{matrix} l_1 & l_2 & L \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ j_1 & j_2 & 0 \end{matrix} \right\} = J_{j_1 j_2} J_{L 0} \frac{(-)^{l_2 + \frac{1}{2} + L + j_1}}{\hat{j}_1 \hat{L}} \left\{ \begin{matrix} l_1 & l_2 & L \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & j_1 \end{matrix} \right\} \quad (\text{I. 3. 14})$$

$$\left\{ \begin{matrix} l_1 & l_2 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & j_1 \end{matrix} \right\} = J_{l_1 l_2} \frac{(-)^{l_1 + j_1 + \frac{1}{2}}}{\hat{l}_1 \hat{\frac{1}{2}}} \quad (\text{I. 3. 15})$$

$$\left\{ \begin{matrix} l_1 & l_2 & L \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ j_1 & j_2 & 0 \end{matrix} \right\} = \frac{(-)^{1+2j_1}}{\sqrt{2} \hat{l}_1 \hat{j}_1} J_{l_1 l_2} J_{j_1 j_2} J_{L 0}$$

on aboutit après simplifications à :

$$\frac{d \sigma}{d \Omega} = \text{Partie réelle de}$$

$$\frac{c}{32\pi^2} \sum_{\substack{j_1 l_1 L_1 L_2 l' \vartheta_1 \vartheta_2 \wedge_1 \wedge_2 \vartheta \Delta \\ j_1 l_1 L_1 L_2 l' \vartheta_1 \vartheta_2 \wedge_1 \wedge_2 \vartheta'}} (i)^{L_1 + L_2 + \vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta + L_1' + L_2' + \vartheta_1' + \vartheta_2' + \vartheta' + l + l'} (-)^{\vartheta' + l} \times$$

(I. 3. 16)

$$\times A_{j l}^* A_{j' l'} \hat{j}_1 \hat{j}_1' (\hat{l} \hat{l}' \hat{L}_1 \hat{L}_2 \hat{L}_2' \hat{\vartheta}_1 \hat{\vartheta}_1' \hat{\vartheta}_2 \hat{\vartheta}_2' \hat{\vartheta} \hat{\vartheta}' \hat{\wedge}_1 \hat{\wedge}_1' \hat{\wedge}_2 \hat{\wedge}_2' \hat{\Delta})^2 \times$$

$$\times \mathcal{B}_{l_1 L_2 \vartheta_2}^{l_1 L_1 \vartheta_1} e^{\vartheta} \mathcal{B}_{l_1' L_2' \vartheta_2'}^{l_1' L_1' \vartheta_1'} e^{\vartheta'} P_{\Delta} \{ \cos(\vec{P} \vec{Q}) \} \times$$

$$\begin{pmatrix} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \ell \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{L}'_1 \mathcal{L}'_2 \ell' \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_1 L_2 \ell \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L'_1 L'_2 \ell' \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 L_1 \Lambda_1 \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell'_1 L'_1 \Lambda'_1 \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_1 \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda'_1 \mathcal{L}'_1 \mathcal{L}'_2 \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 L_2 \Lambda_2 \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix}^*$$

(I. 3. 16)

$$\begin{pmatrix} \ell'_1 L'_2 \Lambda'_2 \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_2 \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_1 \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda'_2 \mathcal{L}'_2 \mathcal{L}'_1 \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell \ell' \Delta \\ 0 \ 0 \ 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \ell \\ \Lambda_2 \Lambda_1 \mathcal{L}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{L}'_1 \mathcal{L}'_2 \ell' \\ \Lambda'_2 \Lambda'_1 \mathcal{L}'_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_1 L_1 \ell_1 \\ L_2 \Lambda_2 \ell \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda'_1 L'_1 \ell'_1 \\ L'_2 \Lambda'_2 \ell' \end{pmatrix}$$

On peut remarquer que dans ce calcul se sont introduites conclusions physiques suivantes :

Les deux neutrons sont affectés du même j ($j_1 = j_2$) et du même ℓ ($\ell_1 = \ell_2$) c'est à dire appartiennent ensemble à une même couche du modèle de M. G. MAYER et J. H. JENSEN. Ceci n'est nullement contradictoire avec l'existence du mélange de configurations (coefficient $A_{j\ell}$) comme nous le verrons dans le cas de l'oxygène mais restreint le calcul aux seuls noyaux capables d'accepter deux neutrons sur une même couche (ce qui, par exemple, n'est pas le cas de l'oxygène 17 où une seule place reste disponible dans la couche).

I - 4 - CAS PARTICULIER - POTENTIEL $\mathcal{J}(\vec{R} - \vec{r}')$

Nous avons trouvé, précédemment, dans le cas d'un potentiel à symétrie sphérique, une expression extrêmement lourde (I. 3. 13) donc incommode pour les applications numériques. Nous avons pensé à une première simplification basée sur l'emploi d'un potentiel $\mathcal{J}(\vec{R} - \vec{r}')$ et présentant les avantages suivants :

Dans l'intégrale d'espace I. 2-4, nous avons six ondes planes donc six indices de sommation (qui deviendront douze dans la section efficace). L'intégration sur les Y_{ℓ}^m (I. 2-8, 9, 10) nous apporte deux indices supplémentaires (quatre pour $\frac{d\sigma}{d\Omega}$), ce qui donne seize indices.

Or, si l'on écrit immédiatement dans I. 2-4, le potentiel sous la forme

$$A \left[\mathcal{J}(\vec{R} - \vec{r}'_1) + \mathcal{J}(\vec{R} - \vec{r}'_2) \right] \quad (\text{I. 4-1})$$

sous réserve de discuter ultérieurement sa signification physique, nous voyons apparaître des simplifications non négligeables.

En effet, l'intégrale d'espace va donner deux parties que nous noterons I_1 et I_2 (amplitude de transition).

Explicitons l'une d'elles.

On peut écrire le potentiel sous la forme :

$$\mathcal{J}(\vec{R} - \vec{r}') = \frac{1}{R^2} \mathcal{J}(R - r') \mathcal{J}(\hat{R} - \hat{r}') \quad (\text{I. 4-2})$$

ce qui permet de séparer les intégrations angulaire et radiale.

Si nous intégrons, par exemple $\vec{r}'_1$, l'intégrale d'espace seule, I. 2-4 de - vient :

$$\int \exp[i(\vec{K}\vec{R} + \vec{P}\vec{r}'_2)] \exp[-2\gamma(R + r'_2 - 2\vec{R}\vec{r}'_2)] \mathcal{J}_{\ell_1}^*(R) \mathcal{J}_{\ell_2}^*(r'_2) Y_{\ell_1}^{m_1*}(\hat{R}) Y_{\ell_2}^{m_2*}(\hat{r}'_2) d\vec{r}'_2 d\vec{R}$$

$$\vec{K} = \vec{p} + \vec{Q}$$

On constate qu'il ne reste plus que trois ondes planes à décomposer sur les Y_{ℓ}^m (donc gain total de six indices dans $\frac{d\sigma}{d\Omega}$).

De plus, les intégrations des Y_{ℓ}^m s'effectuent complètement sans sommations intermédiaires. On passe donc de seize à six indices ; ce gain de dix apporte à l'expression finale que nous donnons ci-dessous un allègement considérable.

De plus, l'intégrale d'espace est plus simple ; on trouve la forme :

$$\mathcal{B}(\ell, \ell_2, \ell_2, L_2) = \int dR dr R^2 r^2 \exp[-2Y^2(R^2 + r^2)] \mathcal{P}_{\ell_1}^*(R) \mathcal{P}_{\ell_2}^*(r) j_{\ell_1}(KR) j_{\ell_2}(4iYRr) j_{L_2}(Pr) \quad (\text{I.4.4})$$

Ceci conduit, compte tenu des termes carrés et du terme rectangle introduit par les deux parties de l'amplitude de transition à la section efficace :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \text{Partie réelle de la somme des trois termes :}$$

$$\sum_{\substack{j_1, j_2, \ell_1, \ell_2, L_2, \ell_1', \ell_2', L_2'}} (i)^{\ell + L_2 + \ell_2 + \ell' + L_2' + \ell_2'} (-)^{-2J - j_1 - j_1' + j_2 + j_2' - \ell_1 - \ell_1' + \ell_2 + L_2 + \ell} \cdot$$

$$\times 2 A_{j\ell}^* A_{j\ell'} \hat{j}_1 \hat{j}_1' \hat{j}_2 \hat{j}_2' \hat{\ell}_1 \hat{\ell}_1' \hat{\ell}_2 \hat{\ell}_2' (\hat{\ell} \hat{\ell}' \hat{L}_2 \hat{L}_2' \hat{\ell}_2 \hat{\ell}_2' \hat{L} \hat{J}_F \hat{\Omega})^2$$

(I.4.5)

$$\begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1' & \ell_2' & \ell_2' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_2 & L_2 & \ell_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_2' & L_2' & \ell_2' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_2 & L_2' & \Omega \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \Omega \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & L \\ L_2 & \ell_2 & \ell_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1' & \ell_2' & L \\ L_2' & \ell_2' & \ell_2' \end{pmatrix}.$$

$$\begin{Bmatrix} \ell_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ \ell_2 & \frac{1}{2} & j_2 \\ L & S_n & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell_1' & \frac{1}{2} & j_1' \\ \ell_2' & \frac{1}{2} & j_2' \\ L & S_n & J \end{Bmatrix} \mathcal{B}(\ell, \ell_2, \ell_2, L_2) \mathcal{B}^*(\ell', \ell_2', \ell_2', L_2') \mathcal{P}_{\Omega} \{ \cos(\vec{P}\vec{K}) \}$$

$$+ \sum_{\substack{j_1, j_2, \ell_1, \ell_2, L, \mathcal{L}, \ell, L, \Omega \\ j'_1, j'_2, \ell'_1, \ell'_2, L', \mathcal{L}', \ell', L', \Omega'}} (i)^{\ell+L_1+\mathcal{L}_1+\ell'+L'_1+\mathcal{L}'_1} {}_x(-)^{-2J-j_1-j'_1+j_2+j'_2-\ell_1-\ell'_1+\mathcal{L}_1+L+L_1+\ell}$$

$$\times 2 A_{j\ell}^* A_{j'\ell'} \hat{j}_1 \hat{j}'_1 \hat{j}_2 \hat{j}'_2 \hat{\ell}_1 \hat{\ell}'_1 \hat{\ell}_2 \hat{\ell}'_2 \left[\hat{\ell} \hat{\ell}' \hat{L} \hat{L}' \hat{\mathcal{L}} \hat{\mathcal{L}}' \hat{L} \hat{J}_F \hat{\Omega} \right]^2_x$$

$$\times \begin{Bmatrix} \ell_2 \ell \mathcal{L}_1 \\ 0 0 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell'_2 \ell' \mathcal{L}'_1 \\ 0 0 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell_1 L_1 \mathcal{L}_1 \\ 0 0 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell'_1 L'_1 \mathcal{L}'_1 \\ 0 0 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L L'_1 \Omega \\ 0 0 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell \ell' \Omega \\ 0 0 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell \ell' \Omega \\ L'_1 L_1 L \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell_2 \ell_1 L \\ L_1 \ell \mathcal{L} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell'_2 \ell'_1 L \\ L'_1 \ell' \mathcal{L}' \end{Bmatrix}_x$$

$$\times \begin{Bmatrix} \ell_1 \frac{1}{2} j_1 \\ \ell_2 \frac{1}{2} j_2 \\ L S_n J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell'_1 \frac{1}{2} j'_1 \\ \ell'_2 \frac{1}{2} j'_2 \\ L S_n J \end{Bmatrix} \mathcal{B}(\ell_2 \ell_1 \ell \mathcal{L}_1 L_1) \mathcal{B}^*(\ell'_2 \ell'_1 \ell' \mathcal{L}'_1 L'_1) P_n[\omega_s(\vec{P}, \vec{K})]$$

(I. 4. 5)

$$+ \sum_{\substack{j_1, j_2, \ell_1, \ell_2, L_2, \mathcal{L}_2, \ell, L, \Omega \\ j'_1, j'_2, \ell'_1, \ell'_2, L'_2, \mathcal{L}'_2, \ell', L', \Omega'}} (i)^{\ell+L_2+\mathcal{L}_2+\ell'+L'_2+\mathcal{L}'_2} {}_x(-)^{-2J-j_1-j'_1+j_2+j'_2-\ell_1-\ell'_1+\mathcal{L}_2+L+L_2+\ell}$$

$$\times 2 A_{j\ell}^* A_{j'\ell'} \hat{j}_1 \hat{j}'_1 \hat{j}_2 \hat{j}'_2 \hat{\ell}_1 \hat{\ell}'_1 \hat{\ell}_2 \hat{\ell}'_2 \left[\hat{\ell} \hat{\ell}' \hat{L}_2 \hat{L}'_2 \hat{\mathcal{L}}_2 \hat{\mathcal{L}}'_2 \hat{L} \hat{J}_F \hat{\Omega} \right]^2_x$$

$$\times \begin{Bmatrix} \ell_1 \ell \mathcal{L}_2 \\ 0 0 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell'_2 \ell' \mathcal{L}'_2 \\ 0 0 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell_2 L_2 \mathcal{L}_2 \\ 0 0 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell'_1 L'_2 \mathcal{L}'_2 \\ 0 0 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L_2 L'_2 \Omega \\ 0 0 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell \ell' \Omega \\ 0 0 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell \ell' \Omega \\ L_1 L_2 L \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell_1 \ell_2 L \\ L_1 \ell \mathcal{L}_2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell'_2 \ell'_2 L \\ L'_1 \ell' \mathcal{L}'_2 \end{Bmatrix}_x$$

$$\times \begin{Bmatrix} \ell_1 \frac{1}{2} j_1 \\ \ell_2 \frac{1}{2} j_2 \\ L S_n J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell'_1 \frac{1}{2} j'_1 \\ \ell'_2 \frac{1}{2} j'_2 \\ L S_n J \end{Bmatrix} \mathcal{B}(\ell_1 \ell_2 \ell \mathcal{L}_2 L_2) \mathcal{B}^*(\ell'_2 \ell'_1 \ell' \mathcal{L}'_2 L'_2) P_n[\omega_s(\vec{P}, \vec{K})]$$

Nous n'avons plus que seize indices de sommation au lieu de vingt huit ; un autre intérêt vient de ce que, dans le cas où $J_i = J_F = 0$, les trois termes (carré et rectangle) deviennent égaux, ceci venant du fait que les deux neutrons jouent des rôles symétriques.

Les calculs numériques en sont sensiblement allégés. La question de la validité du potentiel $\int (\vec{R} - \vec{r}')$ reste posée.

Nous considérons seules les interactions entre les deux neutrons et le proton, afin d'être cohérent avec notre description du noyau final où nous donnons aux deux nucléons extérieurs le caractère de particules indépendantes. Le coeur étant supposé saturé, donc avoir une action négligeable sur le proton.

Le choix du potentiel $\int (\vec{R} - \vec{r}')$ impose physiquement à chaque neutron d'avoir son centre de masse confondu avec celui du proton au moment de la réaction, mais ne nous permet pas de dire si les deux neutrons interagissent au même instant avec le proton : on peut aussi bien avoir un phénomène en cascade décrit par ce formalisme.

CHAPITRE II

APPLICATION A $^{28}\text{Si} (t, p) ^{30}\text{Si}$ II - 1 - RAISONS DU CHOIX DU SILICIUM

Nous avons étudié cette réaction pour trois raisons essentielles :

- nous possédons des résultats expérimentaux très détaillés et précis (réf. III-6)

- le silicium 28 est un noyau à couches saturées (1 d $\frac{5}{2}$ pleine). Les nucléons nouveaux seront donc captés sur la couche 2 S 1/2 qui comporte seulement deux places disponibles. Nous avons donc la simplification :

$$\ell_1 = \ell_2 = L = 0 \qquad j_1 = j_2 = 1/2$$

apportée à notre formule, en plus de celle due au fait que nous nous intéressons à l'état fondamental, pair-pair, donc :

$$J_i = J_F = J = 0$$

Enfin, étant dans le cadre du maximum de validité du modèle de M.G. MAYER et J.H. JENSEN, nous ne ferons intervenir aucun coefficient de mixage, ce qui allègera un peu plus les calculs.

Il est intéressant enfin de comparer les résultats, calculés et expérimentaux des réactions

$$\left\{ \begin{array}{l} ^{28}\text{Si} (t, p) ^{30}\text{Si} \\ ^{29}\text{Si} (d, p) ^{30}\text{Si} \end{array} \right.$$

En effet, avec le formalisme utilisé, intervient dans le calcul la seule interaction dans le canal de sortie, donc dans les deux cas, entre le silicium 30 et le proton.

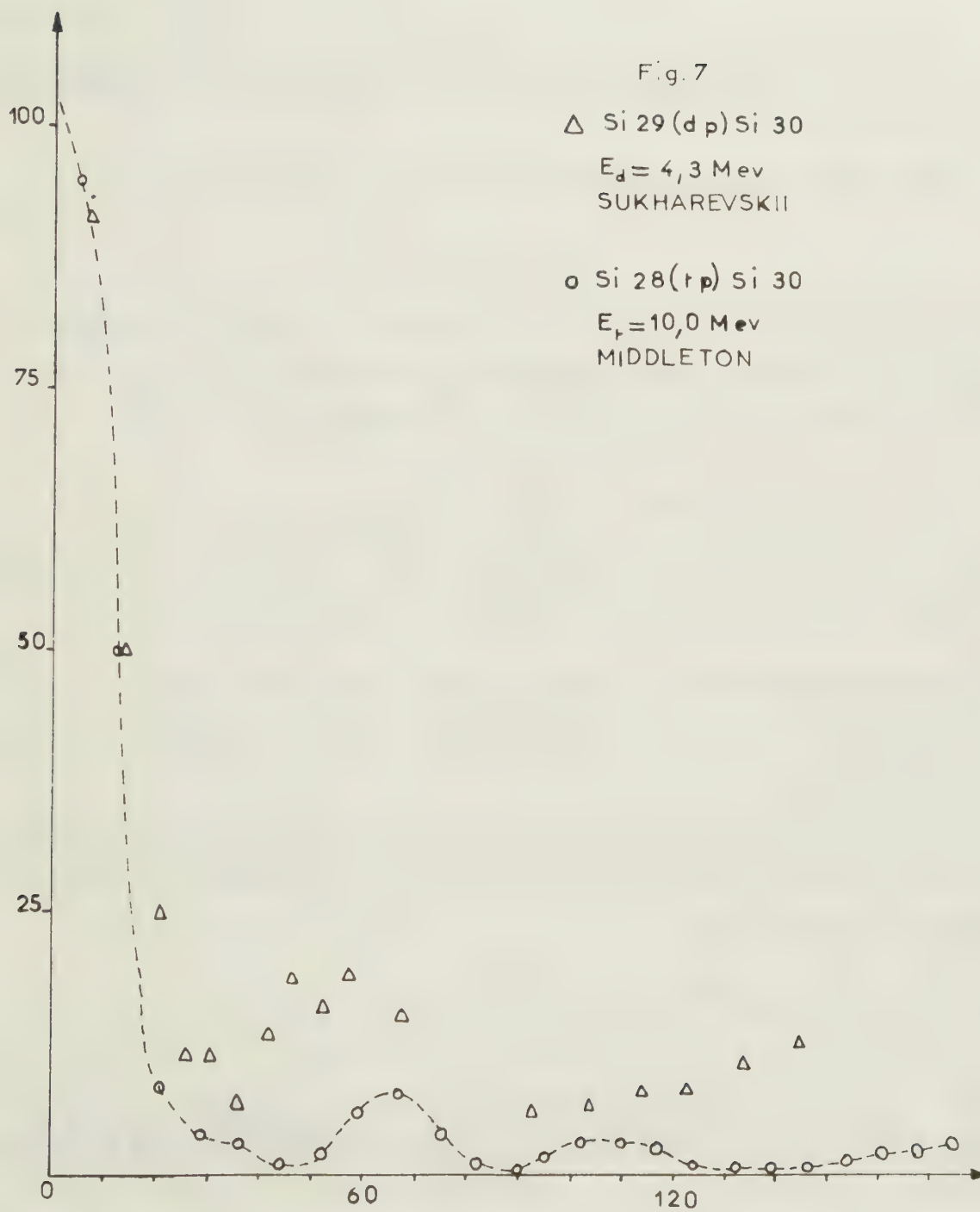
D'autre part, la réaction $^{29}\text{Si} (d, p) ^{30}\text{Si}$ a servi de test à E. EL BAZ (réf. I.2) dans son calcul du stripping simple du deuton, avec interaction complémentaire. EL BAZ suppose en effet que le potentiel dans l'état final est dérivé non seulement de la force agissant entre le neutron et le proton du deuton incident, mais aussi de la force complémentaire que le neutron célibataire de ^{29}Si est susceptible d'appliquer au proton émergent. Cette hypothèse lui permet d'interpréter quantitativement, tout en conservant des ondes planes, la remontée vers l'arrière des courbes de distribution angulaire. Et ses calculs sont bien plus simples que ceux de la D.W.B.A.

Or, nos hypothèses sont très voisines puisque nous considérons l'action sur le proton émergent des deux neutrons du triton, fixés sur ^{28}Si pour donner ^{30}Si . On peut donc penser que ces deux neutrons auront la même action, qu'ils soient tous deux issus du triton incident, ou, au contraire, que l'un provienne du projectile deuton, l'autre étant préexistant dans le noyau-cible.

Nous devrions donc, tant expérimentalement que théoriquement, retrouver des courbes de section efficace différentielle assez semblables, des différences pouvant intervenir par les structures du deuton, du triton, des deux noyaux-cibles.

Il s'agit donc en un mot, de vérifier si le processus de "stripping double" procède du même mécanisme que le "stripping simple".

Expérimentalement, nous disposons des courbes de SUKHAREVSKII (réf. III.7) pour des deutons de 4, 3 MeV ; et de celles de R. MIDDLETON et D.J. PULLEN pour des tritons de 10 MeV. Les énergies disponibles sont malheureusement très différentes, ce qui ne permet pas de comparer les points expérimentaux valablement. On peut remarquer seulement que, dans la réaction induite par le deuton, la remontée à l'arrière est nettement plus accusée que dans celle provoquée par le triton : la figure 7 donne les deux distributions angulaires normées arbitrairement à 100 pour $\theta = 0$. Nous discuterons à la fin du présent chapitre les résultats comparés des deux calculs.



II - 2 - FORMULE GENERALE POUR LE STRIPPING DOUBLE

Nous avons donné deux formules générales dans le cadre de cette interaction, celle qui correspond au potentiel $\mathcal{J}(\vec{R} - \vec{r}')$ (N° I.4-5) étant plus facile à manipuler sera utilisée ici.

Nous portons donc les valeurs $\ell_1 = \ell_2 = 0$

$$L = J = J_i = J_f = 0$$

$$j_1 = j_2 = 1/2$$

dans la formule II.4-5, où nous faisons également $A_{j\ell}$ égal à l'unité pour $\ell_1 = \ell_2 = 0$ $j_1 = j_2 = 1/2$ et zéro pour tout autre ensemble de valeurs.

Les coefficients $9j$ se simplifient et donnent

$$\left\{ \begin{array}{ccc} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & S_n & 0 \end{array} \right\} = \frac{\mathcal{J}_{S_n 0}}{2} \quad (\text{II. 2. 1})$$

ce qui impose physiquement aux deux neutrons d'être antiparallèles, aussi bien dans la voie d'entrée que dans le noyau résiduel. Ceci est cohérent avec le modèle en couches, et le fait que $J = L = 0$.

Les trois termes de I.4-5 deviennent alors égaux ce qui ressort des rôles symétriques joués par les deux neutrons ; et, toutes simplifications faites, on aboutit à la formule ci-dessous :

$$\frac{d_\sigma}{d_\Omega} \propto \text{Partie réelle de}$$

$$\sum_{\ell \ell' \Omega} (i)^{3\ell + 3\ell'} (-)^{\ell' + \Omega} (\ell \ell' \Omega)^2 \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \Omega \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \mathcal{B}_{(00\ell\ell\ell)} \mathcal{B}_{(00\ell\ell'\ell')}^* P_n\{\cos(\vec{P}\vec{K})\}$$

$$(\text{II. 2. 2})$$

Dans cette expression, nous allons nous intéresser d'abord aux intégrales doubles $B(00\ell\ell\ell)$ qui, rappelons le, ont la forme :

$$B(00\ell\ell\ell) = \int dx dy x^2 y^2 \exp[-2Y^2(x^2+y^2)] f_0^*(x) f_0^*(y) j_\ell(kx) j_\ell(Py) j_\ell(4iY^2xy) \quad (\text{II.2.3})$$

Nous y voyons deux sortes de fonctions susceptibles de prendre des valeurs complexes :

$j_\ell(4iY^2xy) = j_\ell(ip)$ tout d'abord. On sait que l'on peut écrire :

$$j_\ell(ip) = \sqrt{\frac{\pi}{2ip}} J_{\ell+\frac{1}{2}}(ip) = i^\ell \sqrt{\frac{\pi}{2p}} I_{\ell+\frac{1}{2}}(p) \quad (\text{II.2.4})$$

On constate donc que $j_\ell(ip)$ est, soit une fonction purement réelle, soit une fonction purement imaginaire. On peut la mettre sous la forme d'une fonction réelle avec le facteur i^ℓ , qui, combiné avec les autres puissances de i dans $d\sigma/d\Omega$ donne :

$$i^{3\ell+3\ell'} i^\ell (-i)^{\ell'} = i^{4\ell+4\ell'} \cdot (-)^{\ell'} = (-)^{\ell'} \quad (\text{II.2.5})$$

puisque ℓ et ℓ' sont entiers.

Le coefficient de phase dans III.2.2 devient donc :

$$(-)^{\ell' + \Omega + \ell} = (-)^{\Omega} \quad (\text{II.2.6})$$

. Il reste à voir l'influence des fonctions d'onde $f_0^*(p)$.

Nous avons choisi pour elles les fonctions propres d'un puits de potentiel harmonique infini, données dans la réf. IV-2 (polynômes de Hermite).

J.N. MASSOT (réf. II-12) a montré que l'introduction d'une coupure dans le puits harmonique infini, si elle apporte plus de réalisme physique au modèle ainsi défini, ne donne qu'une différence négligeable entre les intégrales où interviennent les fonctions de HANKEL, et celles où restent les fonctions propres du puits infini.

Nous conserverons donc ces dernières qui, pour un nucléon de $n = 2 \quad l = 0$ s'écrivent :

$$f_0(\rho) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^4 \sqrt{3}} \left(2 \frac{\rho^2}{b^2} - 3 \right) e^{-\frac{1}{2} \frac{\rho^2}{b^2}} \quad (\text{II. 2. 7})$$

Ces fonctions sont réelles et nous pouvons écrire l'intégrale sous la forme suivante .

$$B(0l) = \int dx dy x^2 y^2 \left(2 \frac{x^2}{b^2} - 3 \right) \left(2 \frac{y^2}{b^2} - 3 \right) \exp \left\{ - \left(2 \gamma + \frac{1}{2b^2} \right) (x^2 + y^2) \right\} j_l(x) j_l(py) \sqrt{\frac{\pi}{8 \gamma x y}} I_{l+\frac{1}{2}}(4 \gamma x y) \quad (\text{II. 2. 8})$$

Nous avons alors la formule générale de stripping double :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \sum_{\ell \ell' \Omega} (-1)^\Omega (\hat{\ell} \hat{\ell}' \hat{\Omega})^2 \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \Omega \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 B(0\ell) B(0\ell') P_\Omega(\cos(\vec{P} \vec{K})) \quad (\text{II. 2. 9})$$

Elle servira de point de départ à nos calculs numériques.

II - 3 - CALCULS NUMERIQUES PRELIMINAIRES

Nous avons calculé les valeurs de $\vec{k}_t$ et $\vec{k}_p$, impulsions du triton et du proton respectivement, dans le repère du centre de masse, pour deux valeurs de l'énergie.

$$\begin{array}{ll}
 E_t = 10 \text{ MeV} & \begin{cases} \vec{k}_t = 1,0457 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1} \\ \vec{k}_p = 0,94133 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1} \end{cases} \\
 E_t = 4,45 \text{ MeV} & \begin{cases} \vec{k}_t = 0,72368 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1} \\ \vec{k}_p = 0,78727 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1} \end{cases}
 \end{array}
 \quad (\text{II. 3. 1})$$

le Q de la réaction étant 10,599 MeV

Nous avons ensuite calculé $P, K, \cos(\vec{P} \vec{K})$ en fonction de l'angle θ des vecteurs $\vec{k}_t$ et $\vec{k}_p$ du centre de masse, où, rappelons le :

$$\begin{aligned}
 \vec{P} &= \frac{1}{3} \vec{k}_t + \frac{m}{2m+M} \vec{k}_p \\
 \vec{K} &= \frac{2}{3} \vec{k}_t - \frac{M+m}{M+2m} \vec{k}_p
 \end{aligned}
 \quad (\text{II. 3. 2})$$

Nous avons enfin à fixer une série de valeurs pour le paramètre b intervenant dans les fonctions d'onde $f_0\left(\frac{r}{b}\right)$. Nous l'avons relié à la valeur du rayon nucléaire par la méthode de SWIATECKI, reprise par J.P. ELLIOT et B.H. FLOWERS dans leur étude des noyaux de masse 18 et 19 ; la densité de probabilité de présence du nucléon sur la sphère de rayon r prend une valeur maximum pour $r = r_M$ soit $f_0^2(r_M/b)$. On définit b tel que le rayon nucléaire étant $R_0 = 1,42 A^{1/3}$ F m, on ait :

$$f_0^2\left(\frac{R_0}{b}\right) = \frac{1}{4} f_0^2\left(\frac{r_M}{b}\right)
 \quad (\text{II. 3. 3.})$$

Nous avons vu (formule II.2.8) que b intervient dans l'intégrale d'espace par les valeurs :

$$D = \frac{2}{b^2} \quad E = 2 \gamma^2 + \frac{1}{2b^2}
 \quad (\text{II. 3. 4})$$

En prenant $\gamma = 0,222 \text{ Fm}^{-1}$ nous avons calculé D et E pour toute une série de valeurs de R_0 , ce dernier étant notre paramètre. Les résultats sont donnés dans le tableau 1.

Remarquons que γ peut varier dans des limites assez larges (0,2 à 0,7 : réf. II 11) mais que nous reprenons ici la valeur 0,222 pour rester dans les mêmes conditions que les autres auteurs dans leur étude des réactions (t,p). Ce qui nous intéresse est essentiellement l'influence du potentiel, et celle de l'approximation de BHATIA-HUANG.

II - 4 - CALCULS NUMERIQUES

La formule II.2-9 à laquelle nous aboutissons, dans le cas de ^{28}Si , c'est à dire :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \sum_{\ell\ell'\Omega} (-1)^{\Omega} (\hat{\ell}\hat{\ell}'\hat{\Omega})^2 \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \Omega \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 B(0\ell') B(0\ell) P_{\Omega}[\cos(\vec{P}, \vec{K})]$$

représente donc une série infinie dépendant des trois indices ℓ, ℓ', Ω .

Tenons compte d'abord des règles de sélection imposées par le coefficient "3j" :

$$\begin{aligned} \ell, \ell', \Omega & \text{ entiers} \\ \ell + \ell' + \Omega & \text{ pair} \\ |\ell - \ell'| < \Omega < \ell + \ell' \end{aligned} \quad (\text{II.4.1})$$

Ceci donne, en s'arrêtant à $\ell = \ell' = 5$, le tableau numéro 2 des valeurs possibles de Ω pour un couple ℓ, ℓ' donné. Ce tableau est évidemment symétrique en ℓ et ℓ' .

Nous voyons qu'il devient très difficile de pousser les calculs jusqu'à des valeurs de ℓ et ℓ' très élevées.

R Fm	D	E
4,0	1,11	0,376
4,2	1,006	0,350
4,4	0,917	0,328
4,6	0,839	0,308
4,8	0,771	0,291
5,0	0,710	0,276
5,2	0,656	0,263
5,4	0,609	0,251
5,6	0,566	0,240
5,8	0,528	0,231
6,0	0,493	0,222
6,2	0,462	0,214
6,4	0,433	0,207
6,6	0,407	0,200
6,8	0,384	0,195
7,0	0,362	0,189
7,2	0,342	0,184

TABLEAU 1

$\ell' \backslash \ell$	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5
1	1	0-2	1-3	2-4	3-5	4-6
2	2	1-3	0-2-4	1-3-5	2-4-6	3-5-7
3	3	2-4	1-3-5	0-2-4-6	1-3-5-7	2-4-6-8
4	4	3-5	2-4-6	1-3-5-7	0-2-4-6-8	1-3-5-7-9
5	5	4-6	3-5-7	2-4-6-8	1-3-5-7-9	0-2-4-6-8-10

TABLEAU 2

En effet, nous aurons à calculer :

10 termes	pour	$\ell = \ell' = 2$ au maximum
23 termes	pour	$\ell = \ell' = 3$ au maximum
56 termes	pour	$\ell = \ell' = 5$ au maximum

Heureusement, nous pouvons constater que la contribution des termes en $\ell = 0, 1$ est prépondérante, et ceci pour la raison suivante.

Dans les intégrales $B(\ell)$ successives interviennent des fonctions $j_\ell(Kr)$, $j_\ell(r)$ et $|j_\ell(4i\gamma Rr)|$, que nous pouvons donc séparer en deux groupes : $j_\ell(\rho)$ et $|j_\ell(i\rho)|$.

Or, sur la figure 8, nous donnons les trois fonctions $j_0(\rho)$, $j_1(\rho)$ et $j_2(\rho)$ pour ρ variant de zéro à huit. On constate le fait bien connu que leurs amplitudes décroissent nettement avec ℓ croissant.

De la même façon, sur la figure 9, sont données, en coordonnées semi-logarithmiques les fonctions

$$|j_0(i\rho)| ; |j_1(i\rho)| ; |j_2(i\rho)|$$

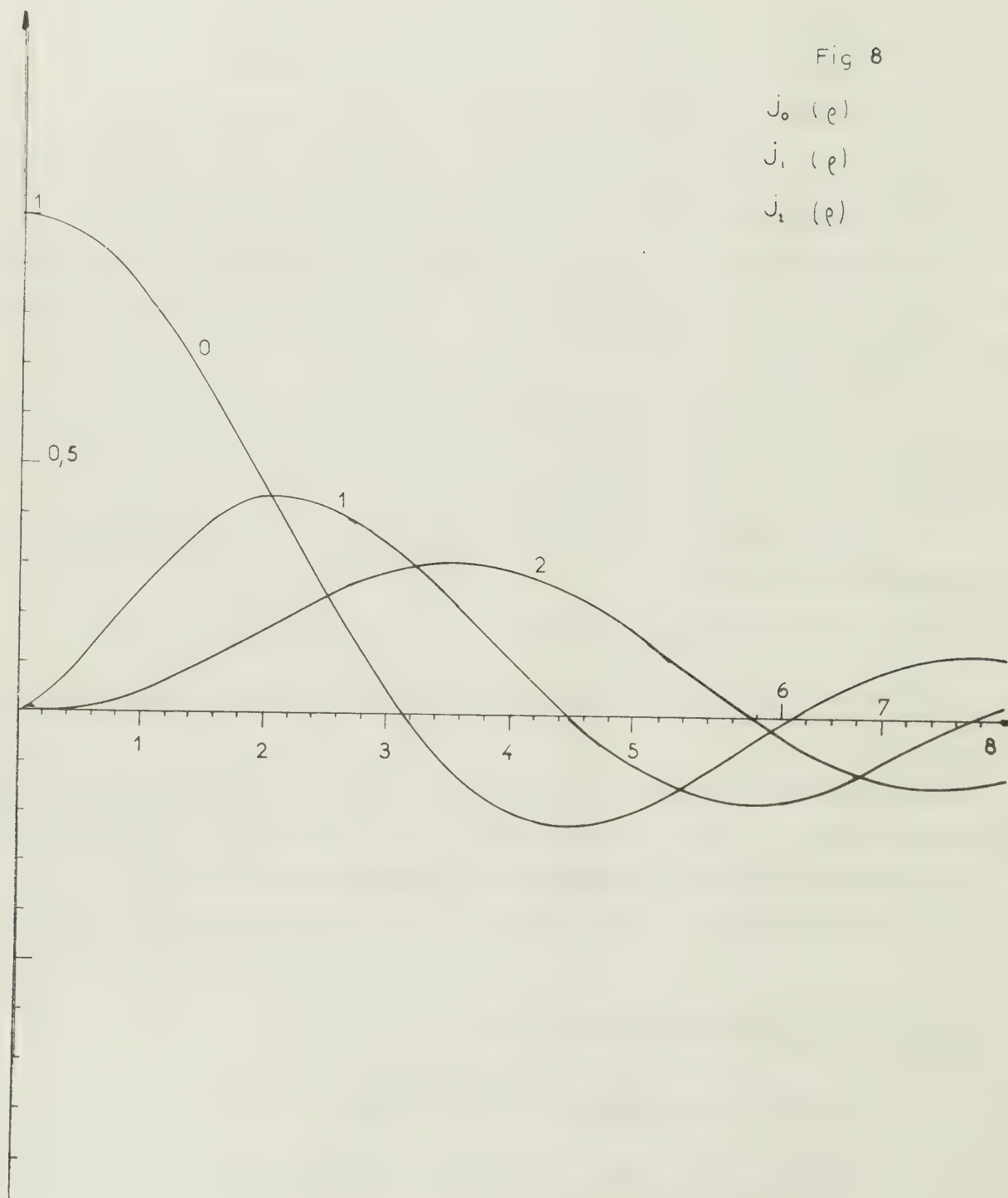
comparées à $\exp(-\rho)$. On peut constater encore une fois une nette décroissance avec ℓ croissant.

Le tout conjugué doit donc donner des valeurs de l'intégrant très nettement décroissantes avec $\frac{1}{\ell}$; donc des intégrales $B(\ell)$ décroissant assez vite avec $\frac{1}{\ell}$ pour que l'on puisse espérer négliger leur contribution à partir de $\ell = 3$ ou 4.

Nous ferons donc le calcul jusqu'à $\ell = \ell' = 2$ ce qui conduit à la formule

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} \propto & P_0 \times [B_{(00)}^2 + 3 B_{(01)}^2 + 5 B_{(02)}^2] \\ & - 6 P_1 \times [B_{(00)} B_{(01)} + 2 B_{(01)} B_{(02)}] \\ & + 2 P_2 \times [5 B_{(00)} B_{(02)} + 3 B_{(01)}^2 + \frac{25}{7} B_{(02)}^2] \\ & - 18 P_3 \times B_{(01)} B_{(02)} + \frac{90}{7} P_4 \times B_{(02)}^2 \end{aligned} \quad (\text{II. 4. 2})$$

Fig 8

 $J_0(\rho)$ $J_1(\rho)$ $J_2(\rho)$ 

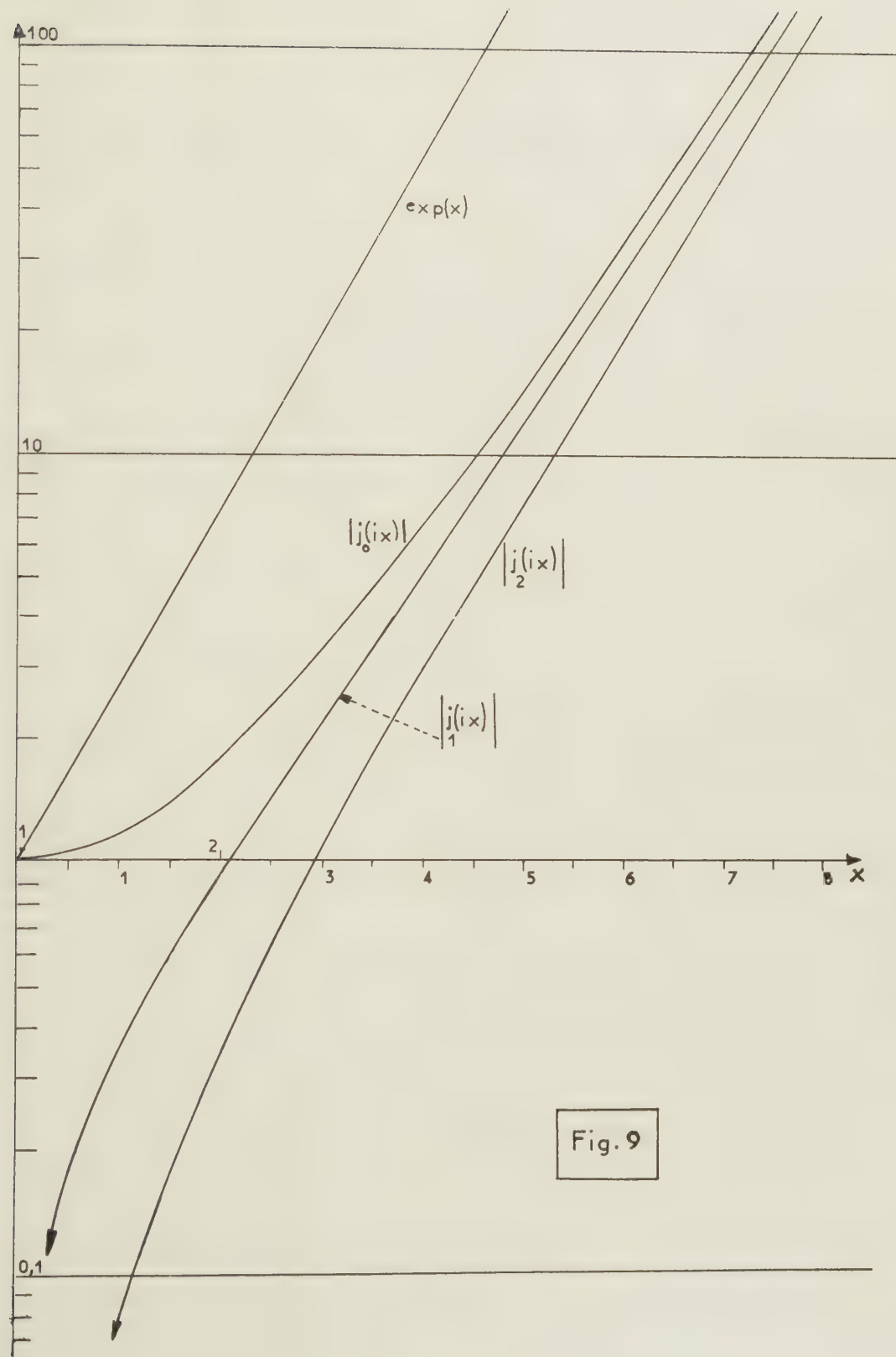


Fig. 9

Avant de commencer le calcul numérique, nous avons voulu étudier rapidement la convergence en xy de la fonction :

$$f(xy) = (2 \frac{x^2}{b^2} - 3)(2 \frac{y^2}{b^2} - 3) x^2 y^2 \exp \left[- (2 \gamma^2 + \frac{1}{2b^2})(x^2 + y^2) \right] j_\ell(Kx) j_\ell(Py) j_\ell(4i\gamma xy) \quad (\text{II.4.3})$$

Nous avons majoré cette fonction de la manière suivante

$j_\ell(Py)$ et $j_\ell(Kx)$ majorée par 1.

$j_\ell(4i\gamma^2 xy)$ majorée par $\exp(4\gamma^2 xy)$

On peut constater, figures 8 et 9, que ces majorations sont très larges et nous assurent une fonction nouvelle $F(xy)$ très nettement supérieure à $f(xy)$. Nous avons étudié :

$$F(xy) = x^2 y^2 (Dx^2 - 3)(Dy^2 - 3) \exp \left\{ -E(x^2 + y^2) + 4\gamma^2 xy \right\} \quad (\text{II.4.4})$$

pour une valeur moyenne de R_0 (5,6). Les valeurs de F sont données pour x et y variant par unités, de zéro à dix, dans le tableau 3.

La fonction est évidemment symétrique en x et y . On constate une convergence assez rapide qui doit nous permettre d'arrêter les calculs aux alentours de $x, y = 10$. De toute façon, dans les calculs effectués sur l'ordinateur IBM 1620 de la Faculté des Sciences, nous pousserons les calculs au-delà de cette limite ; en sortant les valeurs intermédiaires de $\int f_\ell(xy) dx dy$ nous verrons, dans une première série d'essais, quelles valeurs limites de x et y nous permettront d'obtenir la précision de l'ordre de 1/100 sur l'intégrale, que nous estimons suffisante.

Nous utilisons la méthode de SIMPSON. Les détails du programme en langage "FORTRAN 1" sont donnés dans l'annexe 1. Nous avons pu arrêter les calculs à $x = y \simeq 8$, grâce à une convergence encore plus rapide qu'escomptée, donnant la précision de 1 %. Si nous voulions un nombre décimales plus élevé, il faudrait utiliser un pas beaucoup plus fin, continuer l'intégration jusqu'à des valeurs plus élevées de x et y (12 ou plus). Le temps machine demandé par chaque intégrale serait alors de 30 à 40 mn. Pour une dizaine de valeurs de θ et les trois intégrales cela représente 15 à 20 heures de calcul, pour une seule courbe de section efficace. Et,

$\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	4,959	5,133	-6,548	-10,19	-5,126	-1,248	-0,167	$-13 \cdot 10^{-2}$	$-62 \cdot 10^{-4}$	$-16 \cdot 10^{-5}$
2	0		6,538	-10,26	-19,94	-12,13	-3,638	$-6 \cdot 10^{-1}$	$-57 \cdot 10^{-2}$	$-33 \cdot 10^{-3}$	$-12 \cdot 10^{-4}$
3	0			19,64	46,53	35,47	13,05	2,649	$31 \cdot 10^{-1}$	$23 \cdot 10^{-2}$	$92 \cdot 10^{-4}$
4	0				134,5	127,5	57,91	14,48	2,04	$18 \cdot 10^{-1}$	$93 \cdot 10^{-3}$
5	0					145,3	80,89	24,83	4,346	$46 \cdot 10^{-1}$	$29 \cdot 10^{-2}$
6	0						49,45	7,75	4,85	$61 \cdot 10^{-1}$	$46 \cdot 10^{-2}$
7	0							9,77	2,59	$43 \cdot 10^{-1}$	$40 \cdot 10^{-2}$
8	0								$88 \cdot 10^{-1}$	$17 \cdot 10^{-1}$	$22 \cdot 10^{-2}$
9	0									$43 \cdot 10^{-2}$	$63 \cdot 10^{-3}$
10	0										$11 \cdot 10^{-3}$

TABLEAU 3

pour des essais sur plusieurs valeurs de R_0 , la dépense serait alors hors de proportion avec l'intérêt du calcul.

II - 5 - RESULTATS ET DISCUSSION

Nous avons calculé la section efficace différentielle dans les cas suivants :

$$E_t = 10 \text{ MeV} \quad R_0 = 5,0 \quad 5,6 \quad 6,0 \quad 6,2 \quad \text{Fermis}$$

$$E_t = 4,45 \text{ MeV} \quad R_0 = 5,8 \text{ Fermis}$$

Cette dernière étude est faite dans le but de comparer nos résultats directement avec ceux de EL BAZ (même énergie disponible dans le C.M.)

Pour 10 MeV (résultats expérimentaux de R. MIDDLETON et D.J. PULLEN) les résultats sont donnés sur les figures 10 et 11. Nulle part, l'accord n'est excellent : pic trop large, remontée théorique trop forte. On peut toutefois remarquer que le premier maximum est en place dans le cas de 6,2 Fm (vers 60-70°).

Nous avons également tracé, pour $R_0 = 6,2 \text{ Fm}$, les courbes correspondant à :

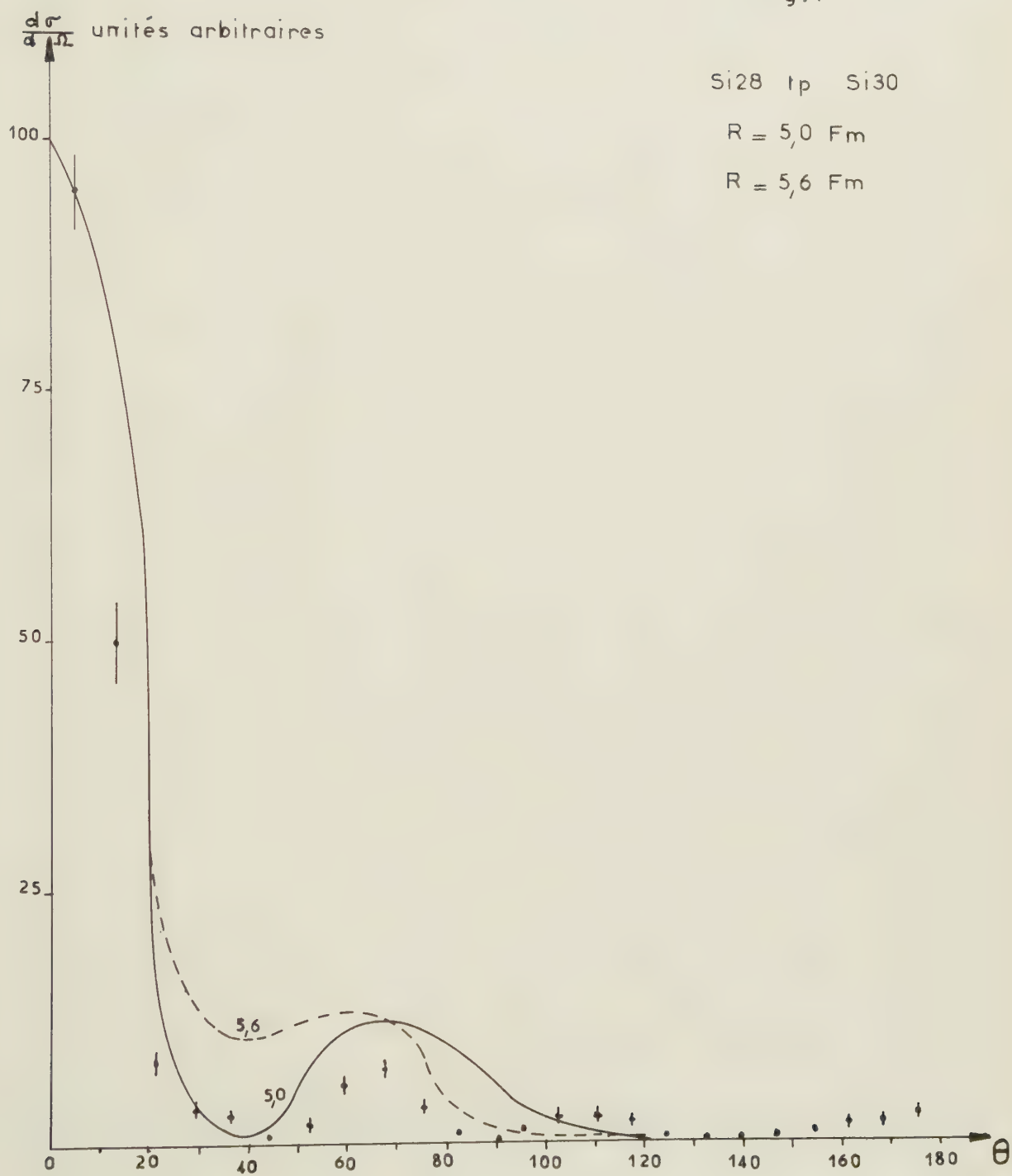
$$\ell = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \propto B^2(0)$$

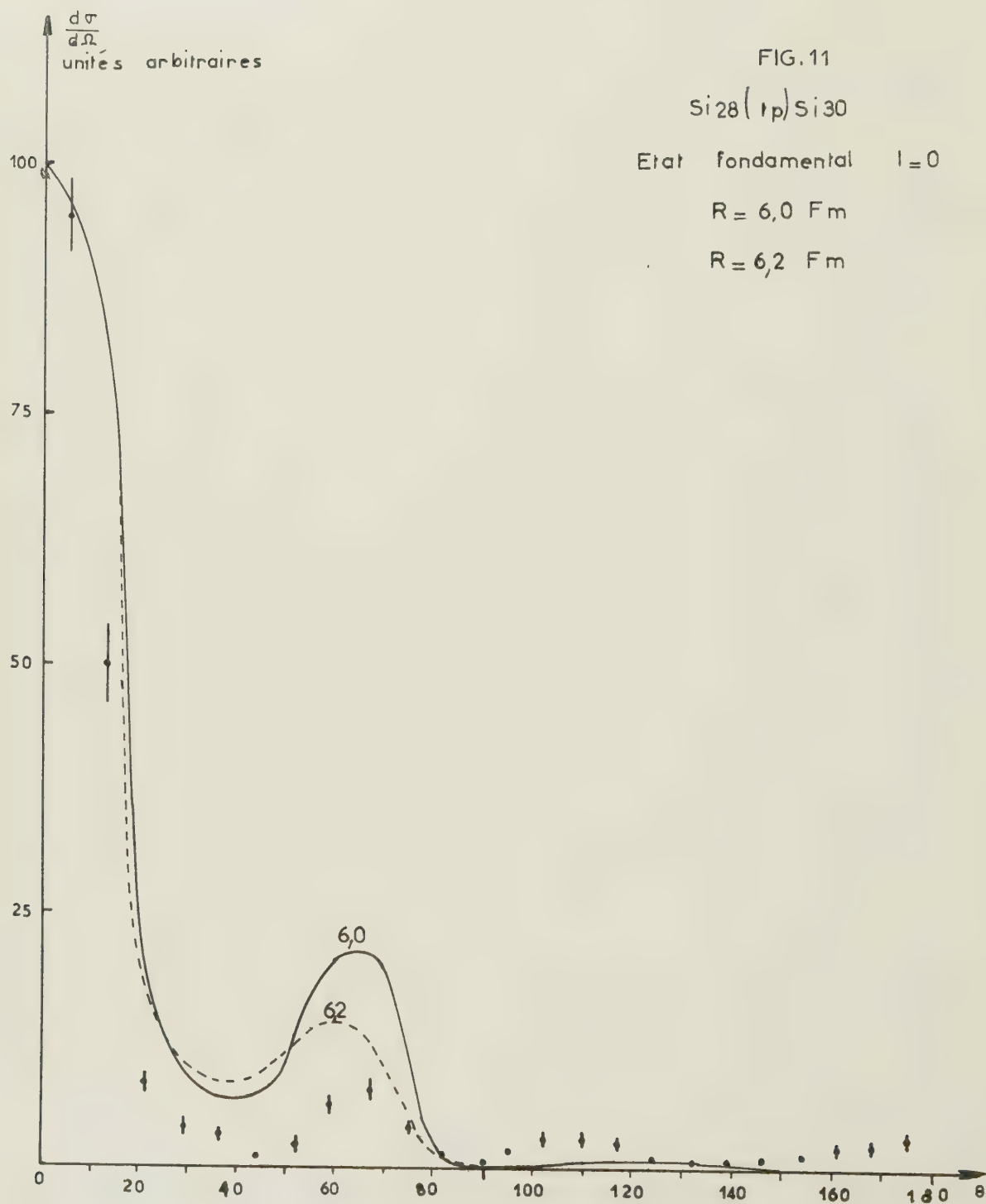
$$\ell = 0,1 \quad \text{soit} \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \propto P_0 \left[B^2(0) + 3B^2(0,1) \right] - 6P_1 B(0)B(0,1) + 6P_2 B^2(0,1)$$

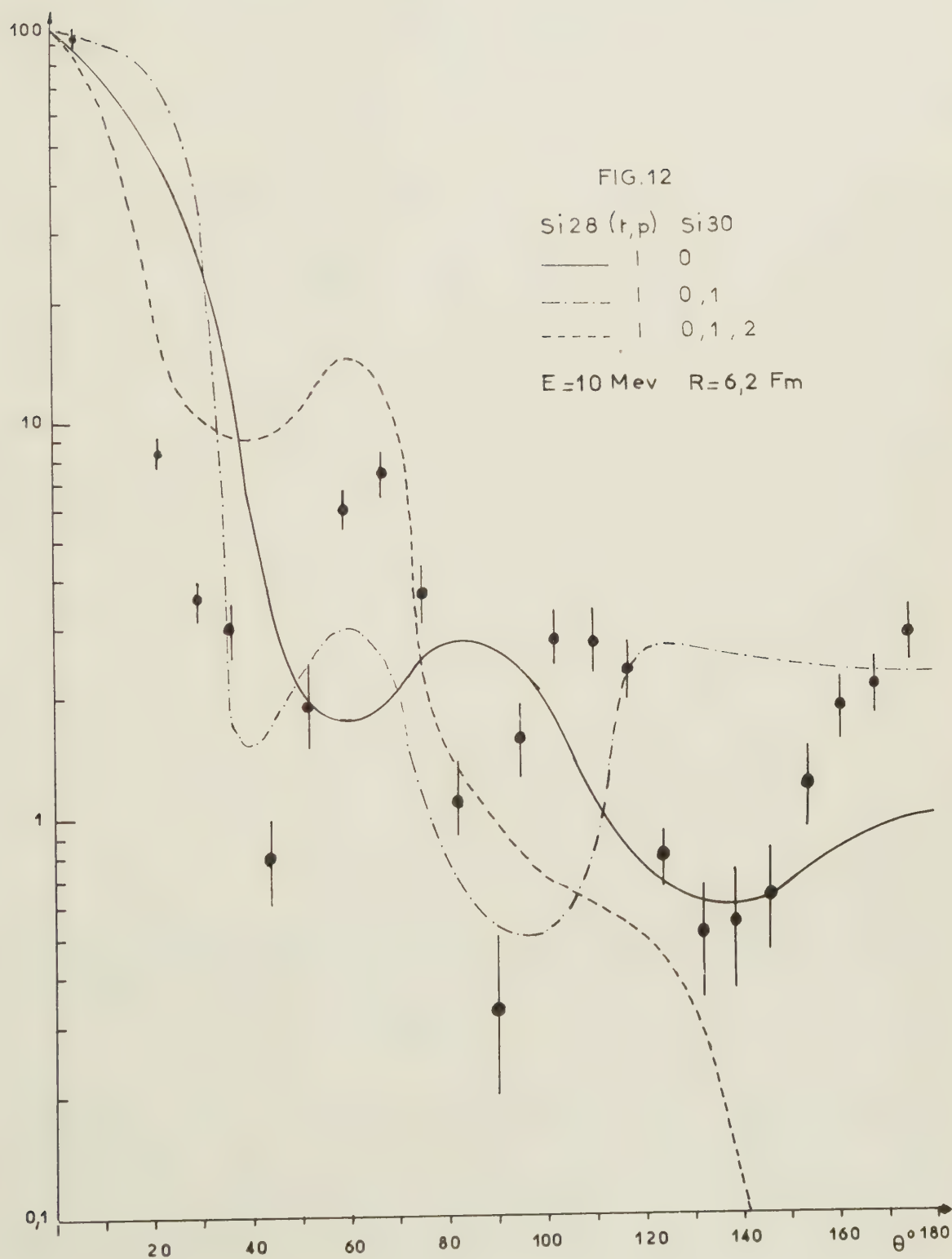
$$\ell = 0,1,2 \quad \text{soit} \quad \text{la formule II.4.2}$$

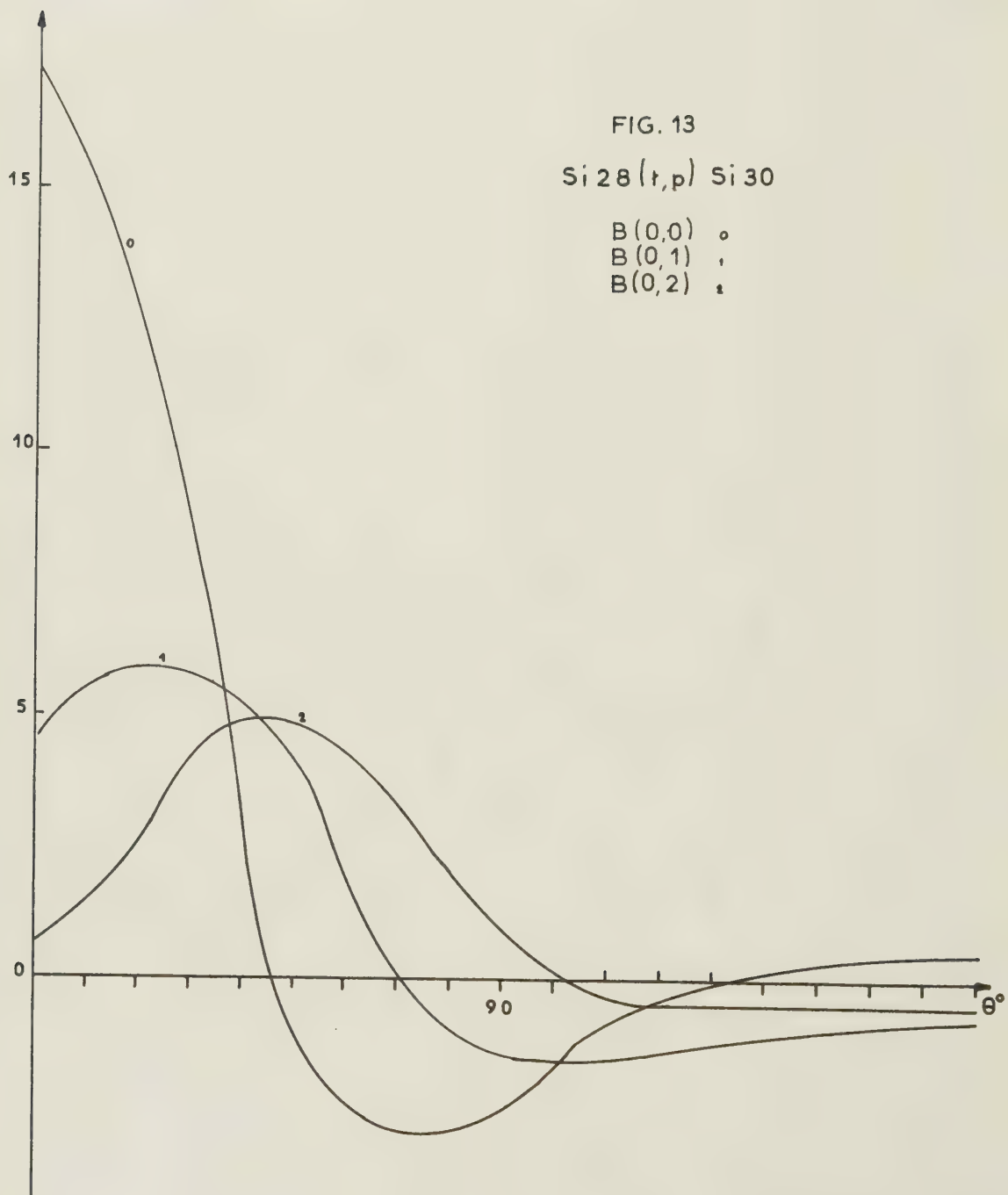
Les résultats sont donnés figure 12. La courbe correspondant aux trois termes $\ell = 0,1,2$ reste un peu meilleure. Un fait rassurant pour l'approximation faite en s'arrêtant à $\ell = 2$, est l'évolution peu prononcée de l'une à l'autre : l'allure générale (pic à l'avant) est due nettement à $\ell = 0$. Les autres apportent essentiellement des modifications de la partie arrière (à partir de 30° environ). Ceci est également apparent sur la figure 13 où nous donnons les trois intégrales $B(00)$, $B(01)$, $B(02)$. On note la prépondérance nette de la première, surtout pour les petits angles, et le glissement à droite du maximum quand ℓ augmente.

Fig. 10









Ce fait nous conduit à penser à une amélioration possible de ces résultats, en tenant compte de plus grandes valeurs de $\ell = 3, 4$ et 5 par exemple. On peut en effet remarquer à la lumière de l'évolution montrée par les figures 12 et 13 que le premier terme ($\ell = 0$) donne le pic à l'avant ; les suivants dessinent le détail de la partie arrière, les termes d'ordre ℓ les plus élevés intéressant les plus grands angles.

Mais ceci suppose un calcul beaucoup plus précis des intégrales doubles que celui effectivement réalisé ici. Le temps de calcul machine passerait alors à environ une heure par intégrale, soit une cinquantaine d'heures pour une seule courbe de section efficace. Etant donné le mauvais ajustage réalisé sur le seul pic, nous n'avons pas cru devoir pousser le calcul au-delà de $\ell = 2$. C'était difficile d'ailleurs étant donné les moyens limités dont nous disposions.

En ce qui concerne l'étude faite à $4, 45$ MeV, nous avons tracé successivement (pour $R_0 = 5, 8$ Fermis)

- la courbe correspondant au calcul complet avec $\ell = 0, 1, 2$
 - la courbe correspondant à l'approximation de BHATIA-HUANG
- $$\int_0^2 f(x, y) dx dy = f(R_0, R_0) \quad \text{pour } \ell = 0, 1, 2$$
- enfin $j_0(KR_0)$

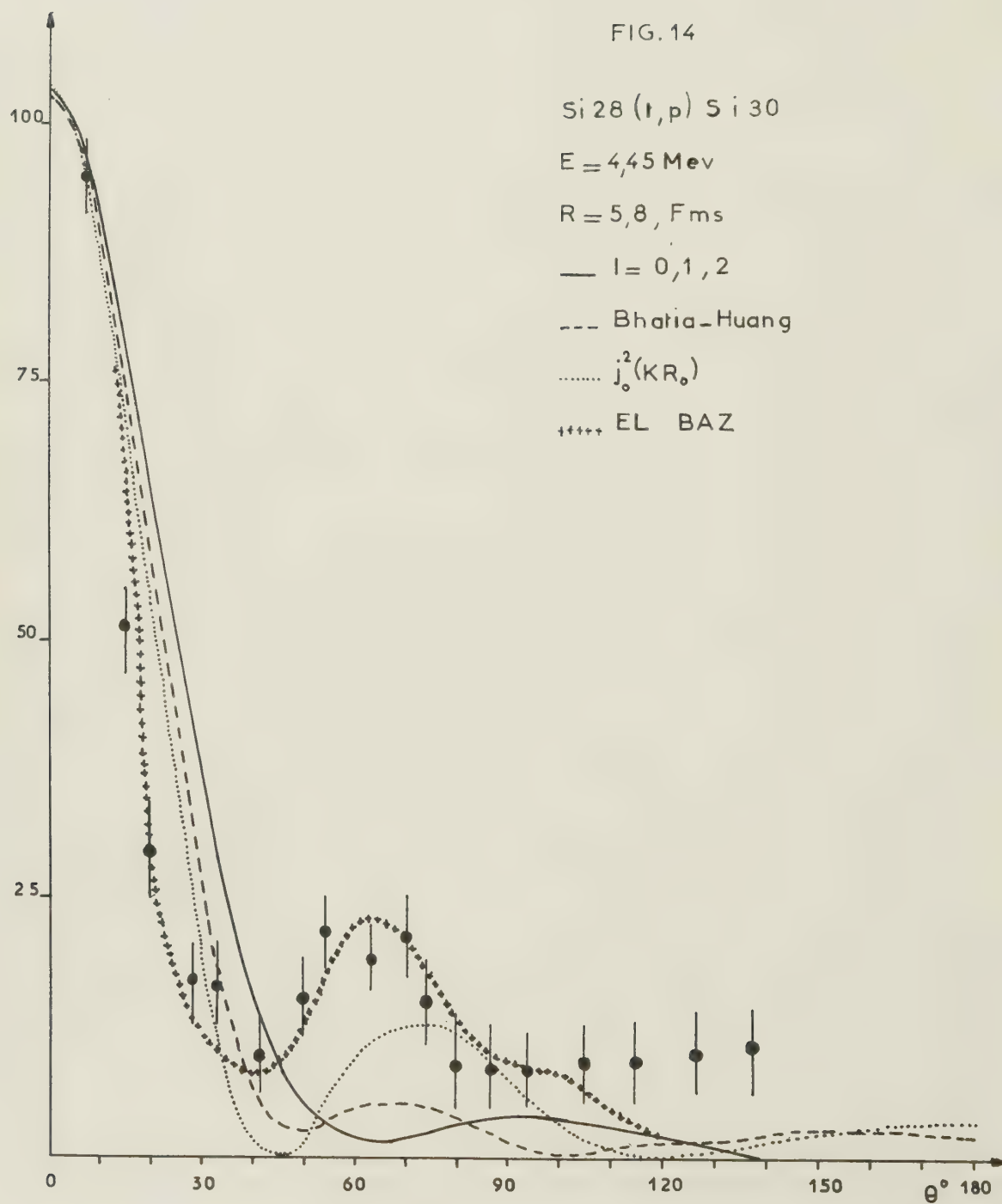
La figure 14 montre ces courbes comparées à :

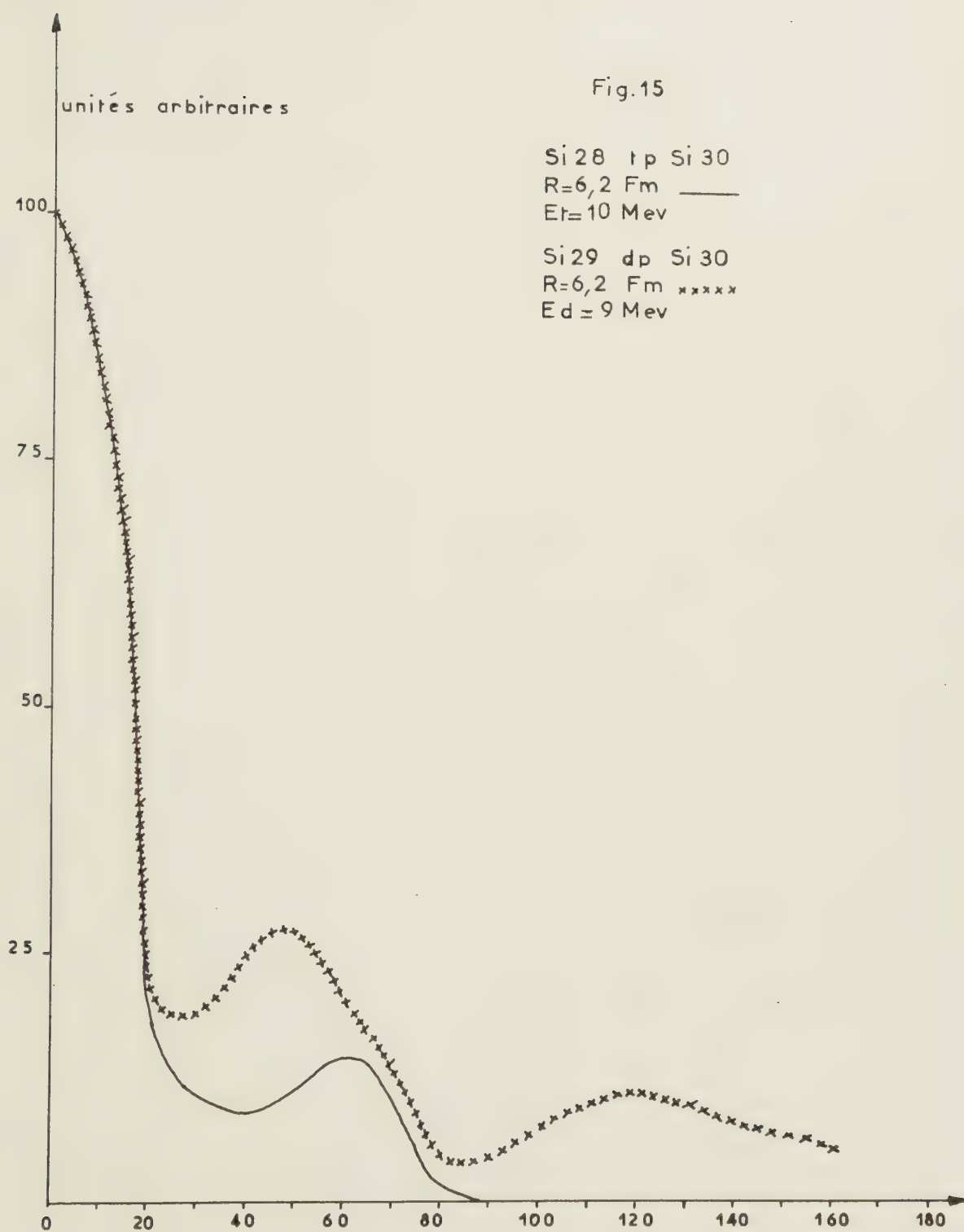
- celle de EL BAZ calculée à $4, 3$ MeV et $R_0 = 5, 8$ Fermis
- les résultats expérimentaux $^{29}\text{Si}(d;p)^{30}\text{Si}$ de SUKHAREVSKII (réf. III-7).

La figure 15 présente la courbe correspondant à $E_t = 10, 0$ MeV et $R_0 = 6, 2$ Fm, calculée complètement avec $\ell = 0, 1, 2$, et comparée à celle de EL BAZ tracée pour $E_d = 9$ MeV, $R_0 = 6, 2$ Fm. (L'énergie du triton aurait dû être de $10, 35$ MeV, soit peu différente mais les résultats expérimentaux à notre disposition sont de $10, 0$ MeV).

L'accord est nettement meilleur dans le deuxième cas ; celle qui s'approche le plus de la courbe de EL BAZ, est, dans le premier cas, paradoxalement, $j_0^2(KR_0)$. Mais l'allure générale du pic prononcé à l'avant, conservée d'une réaction à l'autre, encourage à les considérer comme étant d'un même type.

FIG. 14





En ce qui concerne la partie arrière des courbes, on peut remarquer sur les trois figures 7, 14 et 15, un écrasement de la réaction (t, p) par rapport à la réaction (d, p) . Il serait intéressant de pouvoir comparer une série de travaux expérimentaux effectués à des énergies équivalentes pour voir si cette caractéristique est de valeur générale.

CHAPITRE III

CALCUL $^{16}_0(t, p) \ ^{18}_0$ III - 1 - RAISONS DE CE CHOIX

Nous possédons d'excellents résultats expérimentaux mais l'intérêt réside surtout dans la description de $^{18}_0$ par un mélange de configurations par J. PELLIOU et B. H. FLOWERS (réf. IV. 2). Si nos résultats nous permettent de conclure, nous pouvons penser tester par ce moyen la fonction complète, comparée à l'état pur du modèle en couches.

Rappelons que pour un couplage j j elle s'écrit :

$$0,89 \left(d \frac{5}{2}\right)^2 + 0,24 \left(d \frac{3}{2}\right)^2 + 0,39 \left(s \frac{1}{2}\right)^2 \quad (\text{III. 1.1})$$

alors que l'état pur correspondant est :

$$\left(d \frac{5}{2}\right)^3$$

Enfin, $^{16}_0$ étant un noyau doublement magique, on peut espérer se trouver encore plus nettement que dans le cas précédent devant une action des deux seuls neutrons de $^{18}_0$ sur le proton émergent.

Nous nous intéresserons au seul état fondamental.

III - 2 - ETABLISSEMENT DE LA SECTION EFFICACE DE STRIPPING DOUBLE

Nous appliquons ici encore la formule I.4-5 donnant la section efficace relative au potentiel $\vec{J}(\vec{r} - \vec{R})$ plus facile à mettre en oeuvre.

Les sommations sur j_1, j_2, ℓ_1, ℓ_2 se font immédiatement puisque nous avons pour le coefficient $A_{j\ell}$ les valeurs :

$$\begin{array}{llll} 0,89 & \text{pour} & j = \frac{5}{2} & \ell = 2 \quad (80 \%) \\ 0,24 & \text{pour} & j = \frac{3}{2} & \ell = 2 \quad (4 \%) \\ 0,39 & \text{pour} & j = \frac{1}{2} & \ell = 0 \quad (16 \%) \end{array} \quad (\text{III. 2. 1})$$

Ceci nous amène à calculer neuf termes généraux qui se réduisent à quatre grâce au fait que j n'intervient que dans les coefficients numériques, soit :

$$A = 0,304 \sum_{\ell \ell' \Omega} (-)^{\Omega} (\hat{\ell} \hat{\ell}' \hat{\Omega})^2 \begin{pmatrix} \ell \ell' \Omega \\ 0 0 0 \end{pmatrix}^2 B_{(0\ell)} B_{(0\ell')} P_{\Omega} \{ \cos(\vec{P}, \vec{K}) \}$$

$$B = 7,075 \sum_{\ell \ell' \ell'' \Omega} (-)^{\Omega} (\hat{\ell} \hat{\ell}' \hat{\ell}'' \hat{\Omega})^2 \begin{pmatrix} 2\ell \ell' \\ 0 0 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} 2\ell' \ell'' \\ 0 0 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} \ell \ell' \Omega \\ 0 0 0 \end{pmatrix}^2 B_{(22\ell \ell')} B_{(22\ell' \ell'')} P_{\Omega} \{ \cos(\vec{P}, \vec{K}) \}$$

$$C = 1,467 \sum_{\ell \ell' \ell'' \Omega} (-)^{\Omega} (\hat{\ell} \hat{\ell}' \hat{\ell}'' \hat{\Omega})^2 \begin{pmatrix} 2\ell' \ell'' \\ 0 0 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} \ell \ell' \Omega \\ 0 0 0 \end{pmatrix}^2 B_{(0\ell)} B_{(22\ell' \ell'')} P_{\Omega} \{ \cos(\vec{P}, \vec{K}) \} \quad (\text{III. 2. 2})$$

$$D = 1,467 \sum_{\ell \ell' \ell'' \Omega} (-)^{\Omega} (\hat{\ell} \hat{\ell}' \hat{\ell}'' \hat{\Omega})^2 \begin{pmatrix} 2\ell \ell' \\ 0 0 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} \ell \ell' \Omega \\ 0 0 0 \end{pmatrix}^2 B_{(22\ell \ell')} B_{(0\ell')} P_{\Omega} \{ \cos(\vec{P}, \vec{K}) \}$$

Le terme A correspond aux neutrons dans l'état S (16 %) ; le terme B aux neutrons dans l'état d (84 %) (sans distinction possible entre les j). Les deux états symétriques C et D sont des termes d'interférence.

Nous avons alors calculé A, B, C et D, compte tenu des relations imposées pour les " 3 j ", et pour ℓ et ℓ' prenant les seules valeurs 0 et 1.

Cela donne pour A : 5 termes

B : 13 termes

C et D : 8 termes

avec le calcul de cinq intégrales doubles.

Heureusement, la symétrie de C et D donne des termes égaux et la section efficace calculée numériquement sera donnée par la formule III.2-4 ci-dessous.

Les mêmes procédés ont été utilisés pour la programmation sur I B M 1620 des intégrales doubles, avec pour valeurs limites de x et y : 8 environ.

Ici encore plus nettement que pour ^{28}Si , le nombre très vite exorbitant (avec ℓ , L croissant) de termes à calculer, donc un prix de revient dépassant nos moyens, nous ont arrêté.

Les fonctions $f_{\ell}(\rho)$ choisies sont comme dans le cas du Silicium, celles du puits de potentiel harmonique infini (réf. IV-2) (polynômes de Hermite).

$$f_0(\rho) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}\pi^{1/4}} \left(2\frac{\rho^2}{b^2} - 3\right) \exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{\rho^2}{b^2}\right\}$$

(III.2.3)

$$f_2(\rho) = \frac{4}{\sqrt{15}\pi^{1/4}} \frac{\rho^2}{b^2} \exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{\rho^2}{b^2}\right\}$$

La section efficace différentielle pour $^{16}_0(t,p)^{18}_0$ est alors :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto P_0 \times \left\{ \begin{aligned} &0,304 [B_{(00)}^2 + 3B_{(01)}^2] + 7,075 \left[B_{(22020)}^2 + \frac{3}{25} (2B_{(22111)} + 3B_{(22131)})^2 \right] \\ &+ 3,933 \left[B_{(00)}B_{(22020)} + \frac{3}{5} B_{(01)} (2B_{(22111)} + 9B_{(22131)}) \right] \end{aligned} \right\}$$

(III. 2. 4)

$$- P_1 \times \left\{ \begin{aligned} &1,824 B_{(00)}B_{(01)} + 2,830 B_{(22020)} (4B_{(22111)} + 9B_{(22131)}) \\ &+ 3,933 \left[3B_{(22020)}B_{(01)} + \frac{3}{5} B_{(00)} (2B_{(22111)} + 3B_{(22131)}) \right] \end{aligned} \right\}$$

$$+ P_2 \times \left\{ \begin{aligned} &1,698 (2B_{(22111)} + 3B_{(22131)})^2 \\ &+ 9,439 B_{(01)}B_{(22111)} \end{aligned} \right\}$$

Les valeurs de b sont reliées au rayon nucléaire comme précédemment.

Les nombres d'onde du triton et du proton sont cette fois :

$$k_t = 1,0107 \cdot 10^{13} \quad \text{C G S}$$

$$k_p = 0,74436 \cdot 10^{13} \quad \text{C G S}$$

Le Q de la réaction étant 3,72 MeV, l'énergie des tritons de 10,0 MeV dans le laboratoire.

III - 3 - RESULTATS ET DISCUSSION

Nous avons effectué le calcul de la distribution angulaire pour une seule énergie des tritons : 10 MeV.

Pour étudier l'influence de γ nous avons choisi deux valeurs :

- $\gamma = 0,222 \text{ Fm}^{-1}$ avec $R_0 = 4,5 \text{ Fm}$, ceci pour nous replacer dans les mêmes conditions que EL NADI.
- $\gamma = 0,254 \text{ Fm}^{-1}$ avec $R_0 = 4,5$ et $4,0 \text{ Fm}$. Cette dernière valeur est la moyenne des résultats donnés dans la littérature et semble donc être la plus exacte (réf. II-11).

Dans ces trois cas nous avons tracé les courbes correspondant aux définitions suivantes :

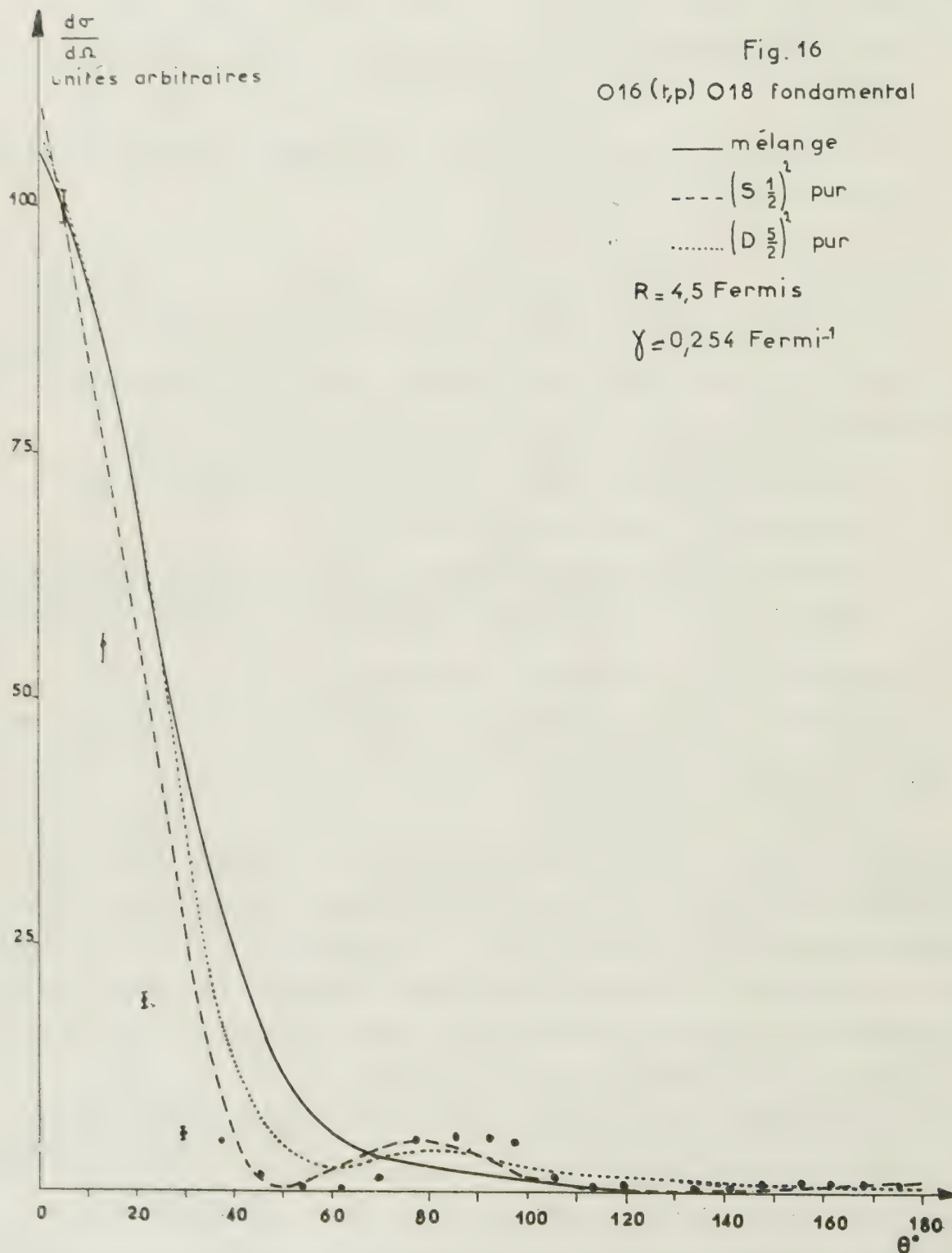
- a - fonction de $^{18}_0$ constituée par un mélange de configurations.
- b - fonction de $^{18}_0$ prise comme état pur $(S)^2$
- c - fonction de $^{18}_0$ prise comme état pur $(d)^2$, ceci sans pouvoir distinguer entre $(d \frac{5}{2})^2$ et $(d \frac{3}{2})^2$ notre expression ne dépendant pas de j .

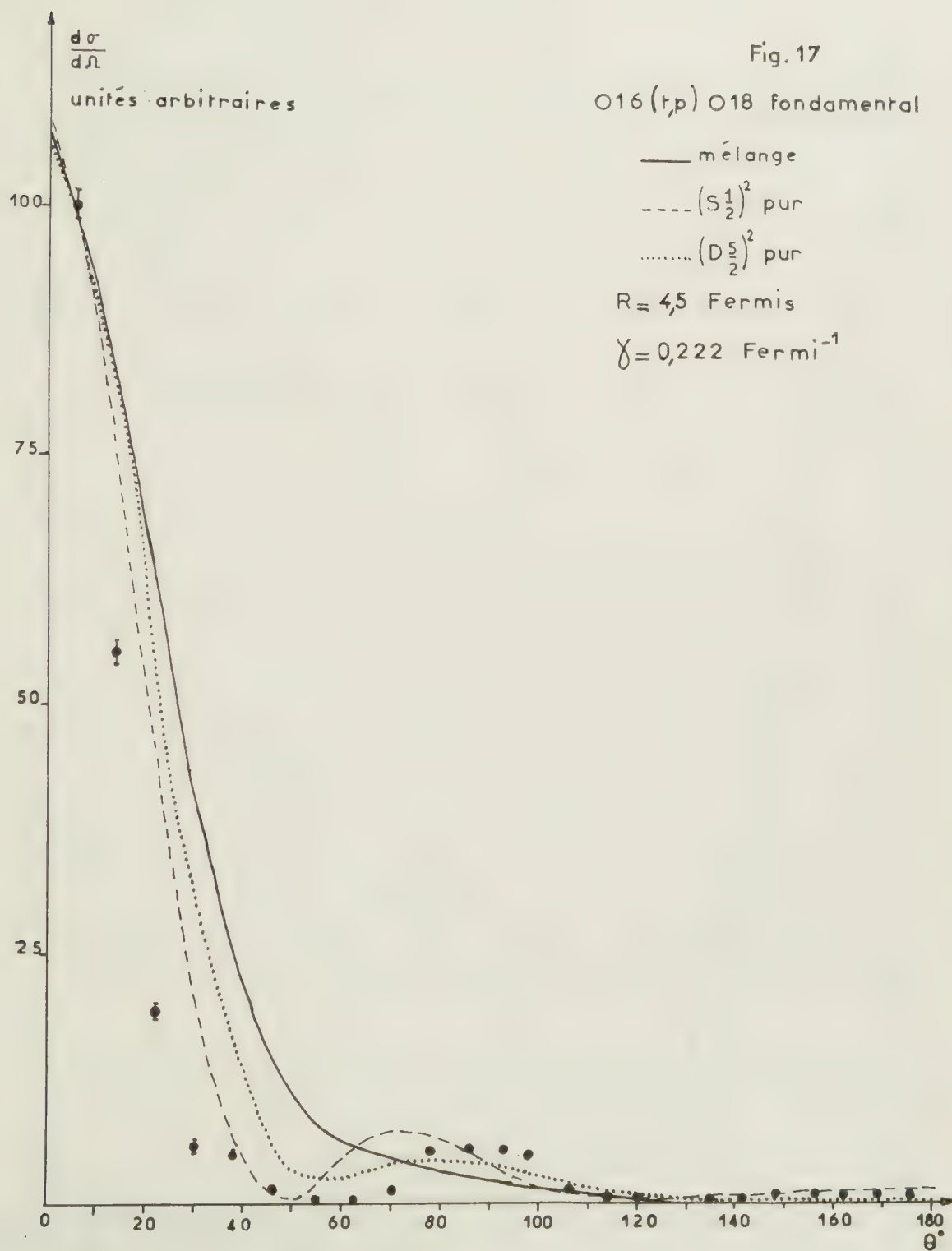
Les figures 16, 17, 18 donnent ces résultats.

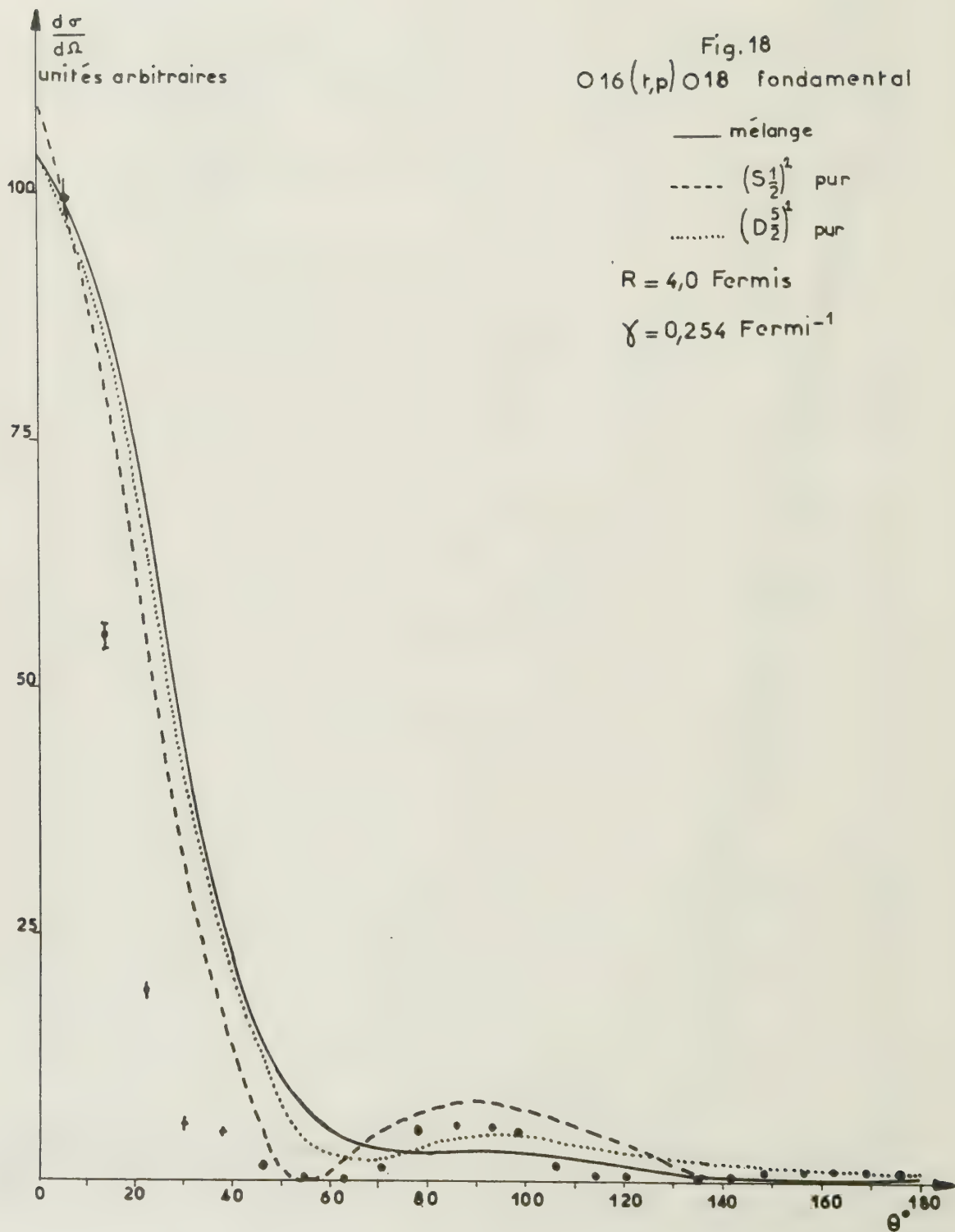
La première remarque générale qui s'impose est le très mauvais ajustement théorique des points expérimentaux spécialement pour le type " a ".

Cela peut provenir du fait que nous avons arrêté nos calculs aux termes en $l = 0, 1$. Les intégrales successives $B(00)$, $B(01)$ et $B(22020)$ $B(22131)$ ont des allures comparables à celles trouvées pour ^{28}Si (figure 13). La figure 20 donne ces diverses courbes pour $R_0 = 4,0 \text{ Fm}$. Celle correspondant à $B(22131)$ ne figure pas en entier : ses valeurs au-delà de 90 degrés sont comprises entre $5 \cdot 10^{-2}$ et $6 \cdot 10^{-3}$. Notre approximation apparaît plus valable que dans le cas du Silicium, la décroissance des divers termes étant beaucoup plus rapide.

L'allure des courbes ci-dessus, et le fait que le meilleur ajustement soit donné par la courbe $(S \frac{1}{2})^2$ à $4,0 \text{ Fermis}$, (figure 19) semble montrer que la réaction n'a pas lieu avec les neutrons pris dans tous leurs états possibles d et s . On peut imaginer au contraire une interaction prenant place avec les seuls neutrons







dans l'état $(S)^2$; le réarrangement avec mélange de configurations du noyau final ne se faisant qu'après la réaction.

Il est bon de remarquer également que les deux neutrons jouent dans notre calcul des rôles totalement symétriques. Dans l'étude de EL BAZ au contraire, le neutron déjà préexistant sur la cible joue un rôle pondéré par le coefficient μ avec une section efficace de la forme :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \sigma_d + \mu \sigma_R + \mu^2 \sigma_c$$

σ_d = section efficace relative au neutron du deuton

σ_c = section efficace relative au neutron de la cible

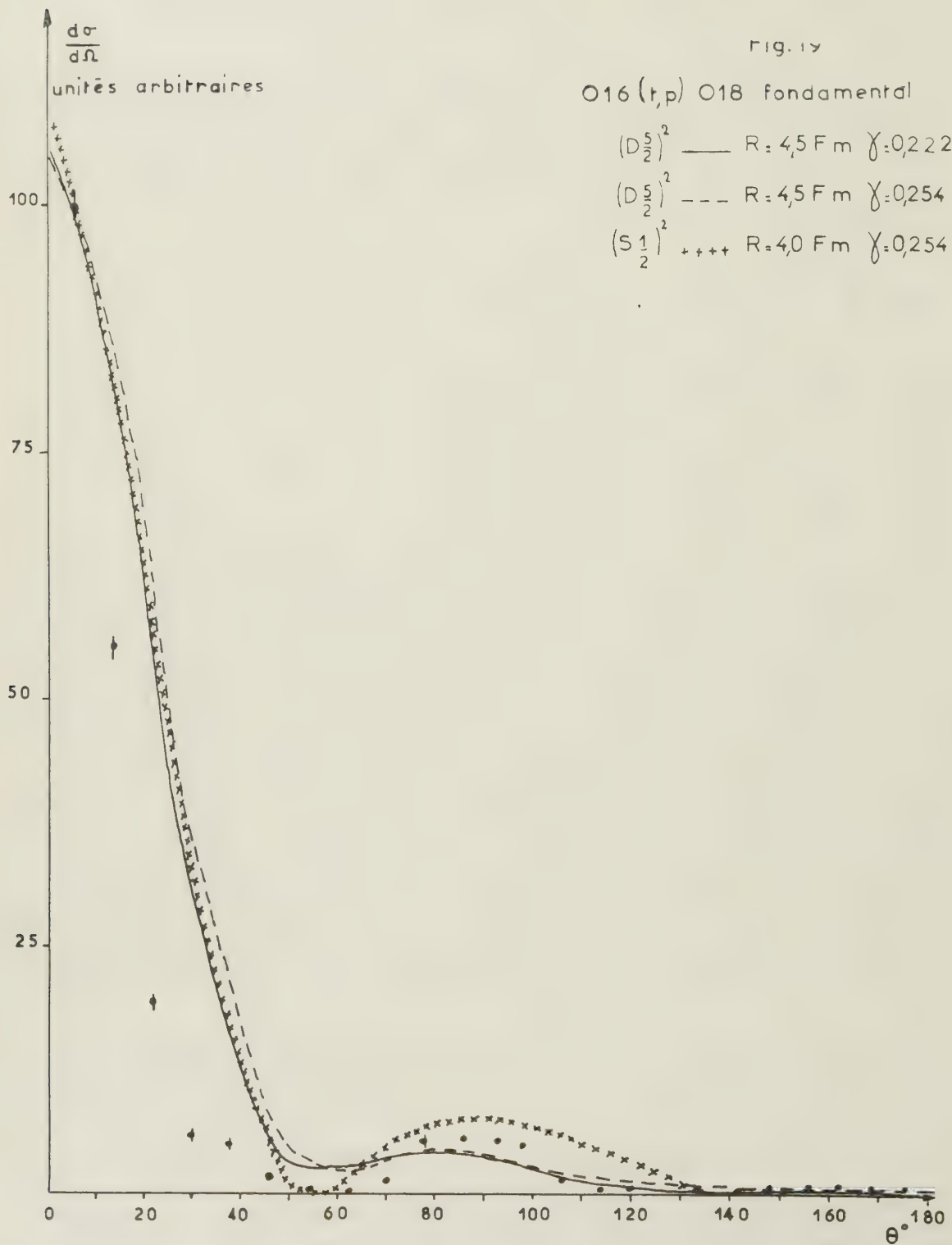
σ_R = section efficace d'interférence

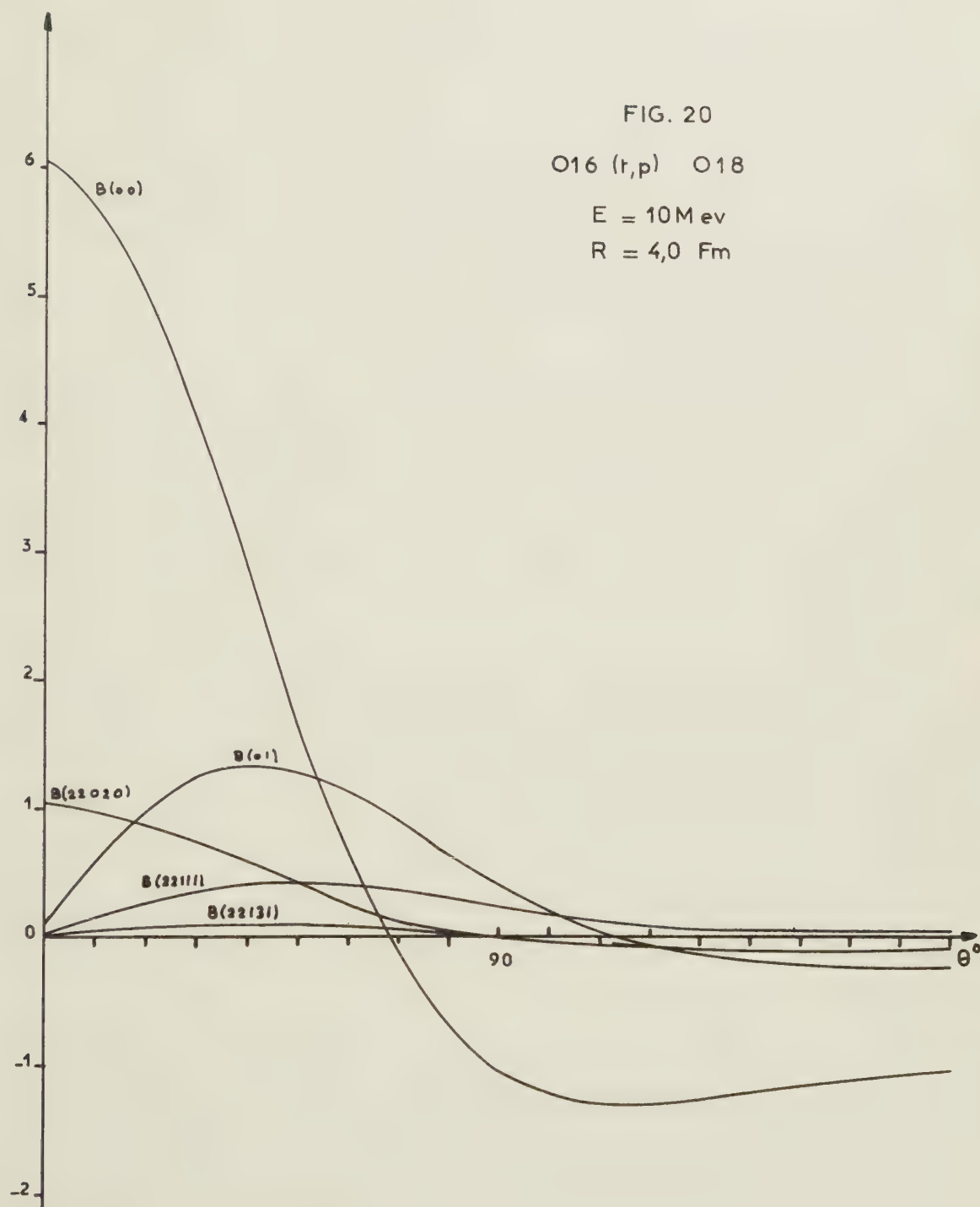
Ces résultats sont meilleurs que les nôtres. Peut être le rôle asymétrique des deux neutrons doit il être conservé dans notre réaction, ce qui revient à considérer le triton comme un deuton ayant fixé un neutron. Nous n'avons pas envisagé ce nouveau calcul pour rester dans le cadre de la fonction d'onde de $^{18}_0$ donnée par J.P. ELLIOT et B.H. FLOWERS, symétrique vis-à-vis des deux neutrons.

Notons que J.R. ROOK et D. MITRA, dans leur récent calcul en DWBA, n'ont pas été non plus en mesure de donner un ajustement correct pour cette réaction (t, p) sur $^{16}_0$ (réf. II.10). Ils expliquent ce fait par la diffusion élastique particulière du triton par $^{16}_0$, présentant une très forte remontée à l'arrière, et impossible à retrouver correctement, soit par le modèle optique, soit par un phénomène de résonance.

Il faut probablement envisager, pour améliorer la situation, à la fois des phénomènes de réaction différents (autres types d'action directe, ou types plus élaborés) et une description des noyaux lourds, plus précise et réaliste.

On peut enfin constater (figure 19) l'influence négligeable de la petite variation de γ . Le changement se fait dans le sens d'un amincissement du pic pour des dimensions croissantes du triton, et n'est pas d'un ordre de grandeur susceptible d'apporter le succès à nos calculs.





CONCLUSION

Nous nous étions proposé d'étudier les réactions du type $A(t,p)B$ par l'intermédiaire du calcul de distribution angulaire, dans le cadre de l'interaction directe. Les hypothèses de base en sont très simplifiées et on peut noter de très nombreuses approximations.

1 - Nous utilisons le premier terme de la série de BORN. Une étude faite par J. PIGEON (réf. II. 13) a montré dans un cas particulier que le deuxième terme influe peu sur le premier tant que ce dernier a une grande valeur (pic à l'avant) mais qu'il est du même ordre que lui pour la partie arrière des courbes. Nous ne savons donc pas ici dans quelle mesure cela pouvait perturber les distributions angulaires.

2 - Nous avons utilisé les ondes planes ; or, le projectile subit certainement l'effet de la cible même très au delà d'une distance de quelques Fermis : ne serait ce que par la force coulombienne. L'étape plus évoluée de la DWBA, explorée tout récemment par J. R. ROOK et D. MITRA (réf. II. 10) donne des résultats meilleurs sur ^{40}Ca et ^{110}Cd ; mais il est bon de remarquer que ces auteurs ont été dans l'impossibilité de trouver un ajustement correct pour la réaction $^{16}_0(t,p)^{18}_0$ exactement comme nous, ce qui montre un comportement très particulier de l'oxygène.

3 - Dans les fonctions d'onde des divers agrégats nucléoniques décrits existent certainement les plus grossières approximations. Nous décrivons par exemple ^{30}Si comme un coeur ayant fixé deux neutrons pour inclure, faute de connaissances plus profondes, la structure interne de ^{28}Si , dans la largeur réduite. D'autre part, nous utilisons pour le triton une description en état pur S, ce qui est vrai à 96 %. (voir Annexe II) mais il serait possible d'utiliser les résultats de J. M. BLATT et ses collaborateurs (réf. IV. 7) donnant un mélange d'états S et D pour le triton, permettant une approche plus réaliste, mais aussi des calculs plus compli-

qués qui ne sont pas à priori nécessairement rentables.

4 - Nous utilisons un potentiel d'interaction de contact ($\mathcal{J}$) à symétrie sphérique. On sait en effet, d'une part, le peu de changement sur l'allure des résultats apportés par les diverses formes de potentiel. Et, d'autre part, les forces nucléaires essentiellement à courte portée, sont aussi bien décrites par $\mathcal{J}(R - R_0)$ que par des expressions analytiques plus complexes et rarement intégrables.

Mais nous tenons compte de la seule action des deux neutrons fixés, sur le proton émergent, et c'est là certainement très loin de la réalité. Il semble en effet difficile d'imaginer qu'aux basses énergies considérées, le noyau n'agisse pas dans son ensemble et l'on ne tient absolument pas compte, dans notre formalisme, de l'interaction possible dans la voie d'entrée (la DWBA le fait intervenir par la distorsion de l'onde entrante).

5 - Tous les auteurs utilisent l'approximation de BHATIA - HUANG. Nous avons voulu nous en affranchir, espérant améliorer les résultats : c'est le contraire qui se produit. Peut être faut il voir là une justification de l'hypothèse de forte absorption des projectiles dans le noyau. Cependant, J.N.MASSOT (réf.II.12) a étudié les réactions (n, α) dans le cadre de l'interaction directe également ; et ses résultats très bons ne sont pas faussés par le fait qu'il ne fait pas l'approximation de BHATIA-HUANG ; il semble donc qu'une étude plus approfondie de l'influence de cette dernière reste à faire.

6 - Enfin, de la série infinie en ℓ issue de notre calcul général, nous n'utilisons que les premiers termes. Cette approximation semble justifiée par l'évolution assez lente des courbes en fonction du nombre de termes utilisés ; mais nous n'avons pas pu déterminer s'il était nécessaire de tenir compte d'un nombre plus élevé, faute de moyens financiers plus importants.

Il n'est pas étonnant, dans ces conditions, de ne pas aboutir à un ajustement parfait, point par point, des courbes expérimentales. Mais, ce qui est plus surprenant, dans notre calcul du moins, c'est que la fonction d'onde améliorée de ¹⁸0 par exemple, mène à des résultats plus médiocres. Peut être le

potentiel utilisé n'est il pas assez réaliste.

On rencontre d'ailleurs, dans la littérature, des alternances de succès et d'échecs pour une même théorie. Citons seulement deux auteurs. J. R. ROOK et D. MITRA donnent des résultats pour les réactions $^{40}\text{Ca} (t, p) ^{42}\text{Ca}$ et $^{110}\text{Cd} (t, p) ^{112}\text{Cd}$, à $E_t = 10,0 \text{ MeV}$, et à divers niveaux d'excitation. Les courbes sont assez proches des points expérimentaux, mais légèrement décalées vers la droite, les pics un peu épaissis (moins que les nôtres). Mais ces auteurs notent leur échec sur $^{16}_0 (t, p) ^{18}_0$.

M. EL NADI et H. SHERIF donnent des courbes très correctement ajustées pour les réactions $^{12}\text{C} (\text{He}^3 p) ^{14}\text{N}$, avec des He^3 de 4,5 MeV ; et dans leur étude des réactions de stripping triple induites par des α , ils ajustent bien $\text{Be}^9(\alpha, n) ^{12}\text{C}$ à $E_\alpha = 5,97 \text{ MeV}$, mais échouent, partiellement à 5,07 MeV pour cette même réaction.

Ces quelques exemples nous amènent à penser que le formalisme de l'interaction directe, tel qu'il est utilisé, avec toutes ses approximations, n'est pas encore à même d'apporter une explication toujours valable des résultats expérimentaux.

Son amélioration reste tributaire des travaux effectués dans de nombreux domaines :

- description de plus en plus précise de la structure des noyaux dans le cadre d'un modèle plus élaboré que le modèle en couches (collectif par exemple).
- connaissance plus exacte des forces d'interaction nucléon-nucléon.
- méthodes mathématiques plus puissantes.

On peut songer également à rendre mieux compte des réactions du type stripping multiple, par des phénomènes physiques plus complexes (en cascade par exemple). Les relations de dispersion de I. S. SHAPIRO font intervenir divers processus possibles en compétition et peuvent peut être conduire à de meilleurs résultats.

Il semble également souhaitable d'obtenir des résultats expérimentaux plus riches, sur un plus grand nombre de corps et à des énergies très variées afin d'essayer de suivre leurs variations avec un formalisme amélioré. Enfin, il semble que l'étude, tant expérimentale que théorique de la polarisation (entrée et sortie) pourra apporter également des renseignements plus complets et précis.

ANNEXE N° 1

CALCUL DES INTEGRALES DOUBLES

Nous avons à calculer une intégrale du type :

$$\int_0^{x_0} f(x) dx \int_0^{y_0} g(xy) dy$$

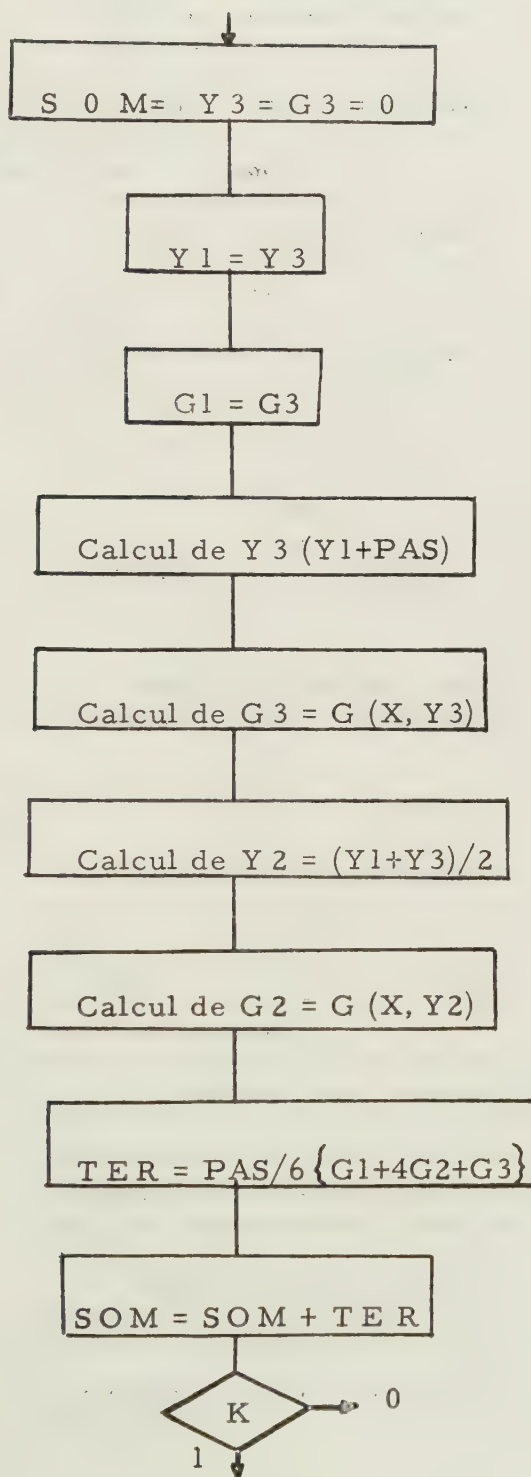
Nous utilisons la méthode de SIMPSON pour calculer à la fois :

$$G(x) = \int_0^{y_0} g(x,y) dy$$

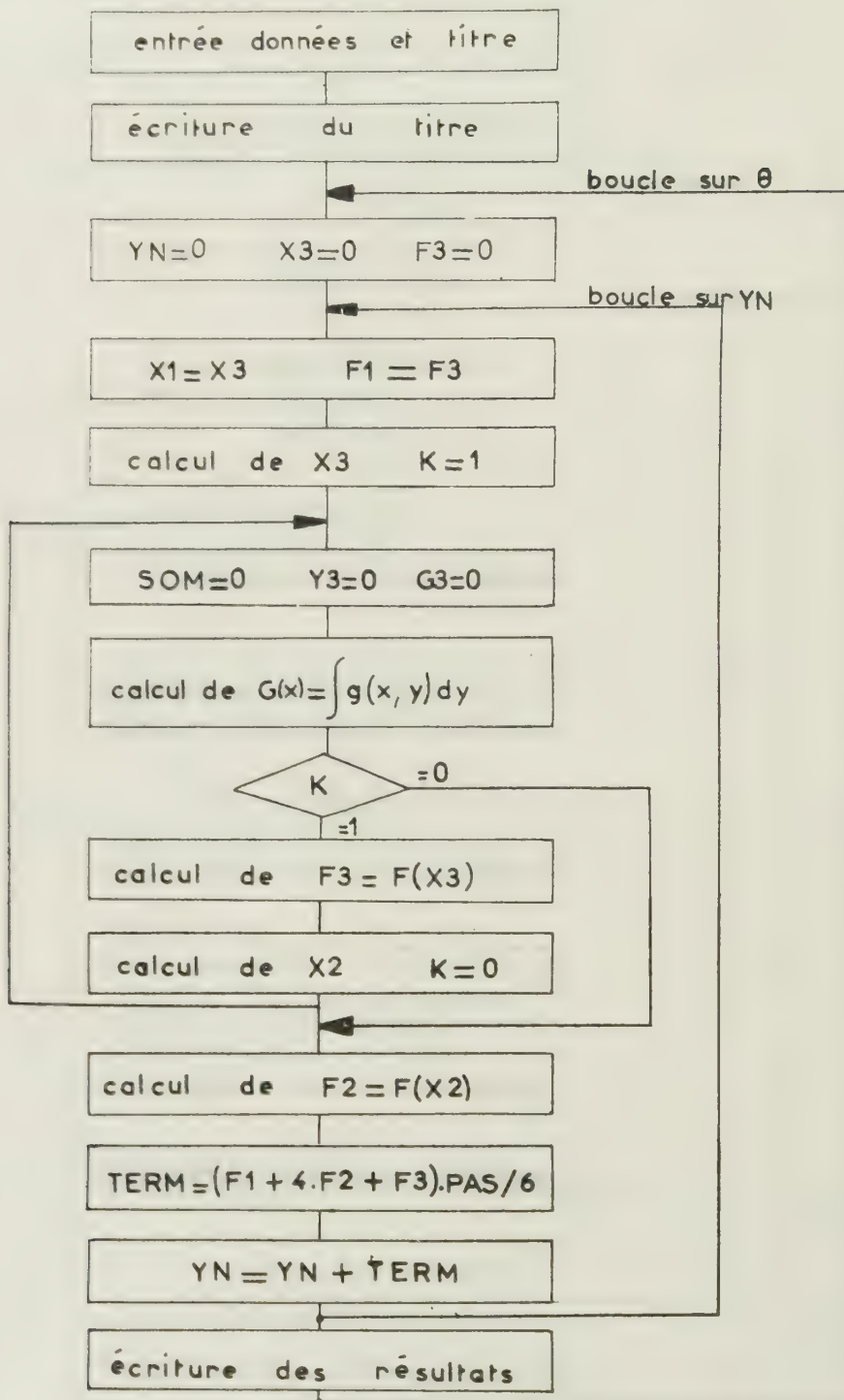
et

$$YN = \int_0^{x_0} f(x) G(x) dx$$

L'ordinogramme général de calcul est donné ci-contre ainsi que celui du calcul de $G(x)$:



ANNEXE n° 1
ORDINOGRAMME GENERAL



ANNEXE N° 2

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE RAPIDE DU TRITON

Nous utilisons une fonction d'onde simplifiée, gaussienne pour les coordonnées d'espace, correspondant à un état complètement symétrique des trois nucléons (vis-à-vis de l'espace).

On peut se demander si une telle approximation est justifiée surtout si l'on se souvient que G. DERRICK et J.M. BLATT (réf. IV. 4) (1958) ont montré que l'état fondamental peut être considéré comme un mélange de dix états :

- trois états ${}^2S \frac{1}{2}$ (dont un complètement symétrique pour l'espace : S_1
(et un de symétrie spatiale mixte : S_3)

- trois états ${}^2P \frac{1}{2}$

- un état ${}^4P \frac{1}{2}$

- trois états ${}^4D \frac{1}{2}$

Des calculs plus récents de J.M. BLATT, G.H. DERRICK et J.N. LYNESS (réf. IV - 1962) ont donné pour le triton les résultats moyens suivants (variables de quelques pour mille suivant les potentiels utilisés) :

Etat S_1	Etat S_3	Etats P (ensemble)	Etats D (ensemble)
95 %	1 %	néant	4 %

Ces résultats montrent donc qu'il est parfaitement légitime, étant donné notre but, test des interactions - de faire approximation de l'ordre de 5 % dans la fonction d'onde du triton.

D'autre part, nous avons le choix pour la fonction d'espace représentant cet état S totalement symétrique, entre les trois formes suivantes (réf. IV. 5)

$$A \times (r_{12} r_{13} r_{23})^{-\frac{1}{2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \alpha (r_{12} + r_{13} + r_{23}) \right]$$

$$A \times \exp \left[-\frac{1}{2} \alpha^2 (r_{12}^2 + r_{13}^2 + r_{23}^2) \right]$$

$$A \times \exp \left[-\frac{1}{2} \alpha (r_{12}^2 + r_{13}^2 + r_{23}^2)^{\frac{1}{2}} \right]$$

L'avantage de la première est de donner au triton des dimensions et une répartition spatiale physiquement acceptable.

La gaussienne donne une concentration spatiale du triton un peu trop forte mais a l'avantage de se traiter analytiquement d'une façon assez aisée, beaucoup plus par exemple que la fonction d'IRVING.

D'autre part, tous les auteurs de calculs de stripping double utilisant la fonction gaussienne, il nous a paru bon de ne pas diverger de leurs hypothèses sur ce point, afin de mieux faire ressortir les différences dans les autres domaines.

BIBLIOGRAPHIE

I - STRIPPING SIMPLE - THEORIE

I - 1 W. TOBOCMAN

Theory of Direct Nuclear Reactions Oxford University Press - 1961
comporte une abondante bibliographie des travaux antérieurs.

I - 2 E. EL BAZ

Thèse de Doctorat - Faculté des Sciences de LYON - 1963 -

II - STRIPPING MULTIPLE - THEORIE

II - 1 M. EL NADI

Proc.Phys.Soc., A 70 (1957) 62

II - 2 M. EL NADI and M. EL KISHIN

Proc.Phys.Soc., 73 (1959) 705

II - 3 M. EL NADI

Physical Review - 119 (1960) 242

II - 4 H.C. NEWNS

Proc.Phys.Soc., 76 (1960) 489

II - 5 M.L. RUSTGI

Nuclear Physics - 25 (1961) 169

II - 6 I. MANNING and A. AITKEN

Nuclear Physics - 32 (1962) 524

II - 7 N.K. GLENDENNING

Nuclear Physics - 29 (1962) 109

II - 8 M. EL NADI and H. SHERIF

Proc.Phys.Soc., 80 (1962) 1041

II - 9 S. YOSHIDA

Nuclear Physics - 33 (1962) 685

II - 10 J.R. ROOK et D. MITRA

Nuclear Physics - 51 (1964) 96

II - 11 E.M. HENLEY and D.U.L. YU

Physical Reviews 135 n°5 B (1964) 1152 -

II - 12 J.N. MASSOT
Thèse 3ème Cycle - I.P.N. LYON (1964)

II - 13 J. PIGEON
Thèse 3ème Cycle - I.P.N. LYON (1964)

III - STRIPPING MULTIPLE - EXPERIENCE

III - 1 S. HINDS and R. MIDDLETON
Proc.Phys.Soc., 74 (1959) 196

III - 2 S. HINDS and R. MIDDLETON
Proc.Phys.Soc., 75 (1960) 754

III - 3 A.A. JAFFE et al.
Proc.Phys.Soc., 76 (1960) 914

III - 4 F.H. READ and J.M. CALVERT
Nuclear Physics - 41 (1963) 210

III - 5 S. GODORETSKY et al.
Nuclear Physics - 43 (1963) 92

III - 6 R. MIDDLETON and D.J. PULLEN
Nuclear Physics - 51 (1964) 50 - 67 - 77

III - 7 SUKHAREVSKII
J.E.T.P. , 36 (1959) 37

IV - MODELE EN COUCHES - ETUDE DU TRITON

IV - 1 M.G. MAYER and J.H. JENSEN
Elementary theory of Nuclear Shell Structure - John Wiley and Son edit.
(New York) 1955

IV - 2 J.P. ELLIOT and FLOWERS
Proc.Roy.Soc., A 229 (1954) 536

IV - 3 J.P. ELLIOT and B.H. FLOWERS
Proc.Roy.Soc., A 232 (1955) 561

IV - 4 G. DERRICK and J.M. BLATT
Nuclear Physics 8 (1958) 310

IV - 5 L.I. SCHIFF
Physical Review - 133 N° 3B (1964) 802

IV - 6 B.S. BHAKAV
Nuclear Physics 46 (1963) 572

IV - 7 J.M. BLATT , G.H. DERRICK , J.N. LYNESS
Phys.Rev.Letters, 8 (1962) 323

TABLE DES MATIERES

	pages
<u>INTRODUCTION</u>	2
 <u>CHAPITRE I</u> - Calcul du processus général de stripping double	
I - 1 - Calcul des fonctions d'onde	6
I - 2 - Calcul de l'amplitude de transition	14
I - 3 - Calcul de la section efficace	23
I - 4 - Cas particulier : potentiel $\mathcal{J}(\vec{R}-\vec{r})$	31
 <u>CHAPITRE II</u> - Application à la réaction $^{28}\text{Si}(t, p)^{30}\text{Si}$	
II - 1 - Raisons du choix du Silicium	35
II - 2 - Formule générale pour le stripping double	38
II - 3 - Calculs numériques préliminaires	41
II - 4 - Calculs numériques	42
II - 5 - Résultats et discussion	50
 <u>CHAPITRE III</u> - Application à la réaction $^{16}\text{O}(t, p)^{18}\text{O}$	
III - 1 - Raisons de ce choix	59
III - 2 - Etablissement de la section efficace de stripping double ..	60
III - 3 - Résultats et discussion	63
 <u>CONCLUSION</u> -	70
 <u>ANNEXE 1</u> -	74
 <u>ANNEXE 2</u> -	77
 <u>BIBLIOGRAPHIE</u>	79

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

Vu :

Les Membres du Jury

A. SARAZIN

J. LAFOUCRIERE

E. EL BAZ

Vu et Approuvé :

Le Doyen de la Faculté des Sciences

J. BRACONNIER

Vu et accordé le permis d'imprimer

Lyon, le 3 Novembre 1964

Le Recteur
Président du Conseil de l'Université

P. LOUIS

